e os coeficientes de transmissão

$$\frac{2 \times \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Na fig. 3 a) indica-se a transmissão de momentos referente à sobrecarga no 1.º tramo, e na fig. 3 b) à sobrecarga no 2.º tramo.

Teremos, para a convenção habitual de sinais:

$$M_{A\,max} = -359 - (359 - 51) \times \frac{400}{600} = -564 \text{ kgm}$$

$$M_{B\,max} = -(609 + 257)\left(1 + \frac{400}{600}\right) - 1445 \text{ kgm}$$

$$M_{C\,max} = -219 - (219 - 122)\,\frac{400}{600} = -284 \text{ kgm}$$

c) Calcular os momentos resultantes do assentamento de 1 cm no apoio central do pórtico indicado na fig. 4 com 1/4 de encastramento no apoio A, e comparar os resultados com os que resultariam no caso de em A existir uma articulação.

No 1.º caso, fig. 4 a) os momentos de encastramento são, no 1.º tramo:

$$M_A = \frac{3\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 240.000 \times 4.167.000}{300^2} \times$$

$$\times\, 1 = 41.670.000 \text{ kgcm}$$

$$M_B = \frac{6 \times \frac{1}{3} \times 240.000 \times 4.167.000}{300^2} \times$$

$$\times\, 1 = 22.224.000 \text{ kgcm}$$

e no 2.º tramo:

$$M_B = M_C = \frac{6 \times 240.000 \times 4.167.000}{300^2} \times$$

$$\times\, 1 = 66.672.000 \text{ kg}$$

As rigidez em B serão, respectivamente no elemento AB,

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right)\frac{4.167.000}{300}\,E = 45.143\,E$$

no elemento BC

$$4 \times \frac{4.167.000}{300}\,E = 55.560\,E$$

no elemento BD

$$\frac{4 \times 520.800}{500}\,E = 4.160\,E$$

pelo que os coeficientes de distribuição têm respectivamente, por valores

$$\frac{45.143}{104.863} = 0{,}430 \qquad \frac{55.560}{104.863} = 0{,}530$$

$$\frac{4.160}{104.863} = 0{,}040$$

A distribuição correspondente está indicada na fig. 4 b), tomando os momentos em kgm.

No 2.º caso, articulação em A, os momentos serão, no 1.º tramo,

$$M_A = 0 \qquad M_B = \frac{3 \times 240.000 \times 4.167.000}{300^2 \times 100} \times$$

$$\times\, 1 = 333.360 \text{ kgm}$$

As rigidez em B serão, respectivamente, no elemento AB,

$$3 \times \frac{4.167.000}{300}\,E = 41.670\,E$$

e nos elementos BC e BD como anteriormente,

55.560 E e 4.160 E. Virá

$$\frac{41.670}{101.390} = 0{,}411 \qquad \frac{55.560}{101.390} = 0{,}548$$

$$\frac{4.160}{101.390} = 0{,}041$$

apresentando a fig. 4 c) a distribuição final dos momentos, com variações máximas da ordem dos 10 % em relação ao caso anterior.

C. D. U. 621.331.5/91

Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

— Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.)

NOTA: *As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 91,4 % dos totais do País.*

FEVEREIRO

I — Breve nota mensal

Em contraste com o mês anterior, o mês de Fevereiro foi nitidamente um mês hidrològicamente abaixo da média.

O acréscimo verificado na produção em relação ao mesmo mês do ano anterior continua a ser notável. De salientar também a baixa produção térmica, a menor até hoje verificada.

II — Elementos gerais (GWh)

a) Mensais

	1955	1956	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	139,4	117,5	+ 23
Produção térmica (P_t)	2,5	0,7	— 72
Produção total (P_T)	141,9	172,2	+ 21
Cons. electroquímico (C_{eq}) (1)	34,7	41,7	+ 20
Cons. permanentes (C_p) . . (1)	102,2	125,5	+ 23
Consumo total (C_T) . . . . (1)	136,9	167,2	+ 22

b) Acumulados desde 1 de Janeiro

	1955	1956	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	267,5	344,7	+ 29
Produção térmica (P_t)	16,8	3,3	— 80
Produção total (P_T)	284,3	348,0	+ 22
Cons. electroquímico (C_{eq}) . (1)	56,8	84,3	+ 48
Cons. permanentes (C_p) . . . (1)	216,1	253,6 (2)	+ 17
Consumo total (C_T) . . . . . (1)	272,9	337,9	+ 24

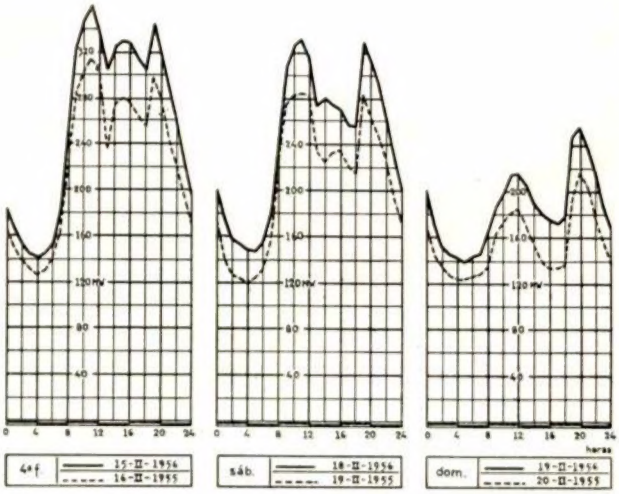
Notas:

(1) Vidé nota correspondente ao mês de Janeiro.

(2) Obtido depois de corrigido o valor acumulado no mês anterior.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

	4.ª feira:	
	16-2-955	15-2-956
Produção hidráulica (P_h) — MWh	5.347	6.350
Produção termica (P_t) — MWh . .	110	36
Produção total (P_T) — MWh . . .	5.457	6.386
Utilização da ponta (U) — horas	17,2	17,8
Factor de carga (α)	0,72	0,74
Relação $\frac{\text{Pot. mín.}}{\text{Pot. máx.}}$ (r)	0,40	0,39



VI — Energia armazenada nas principais albufeiras no fim do mês.

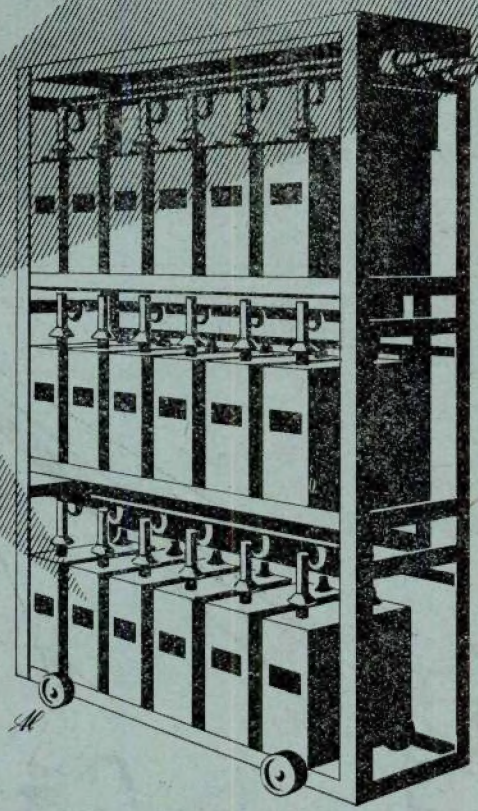
Albufeira	Energia armazenada	
	GWh	% (1)
Venda Nova	130,3	99,2
Salamonde	27,9	100,0
Caniçada	33,2	99,2
Guilhofrei	6,6	80,1
Lagoa Comprida	21,2	71,9
Santa Luzia	26,8	79,0
Cabril	325,1	98,2
Castelo do Bode	163,9	99,9
Pracana	10,3	99,4
Póvoa	11,2	97,8
Total	768,6	96,9

Nota:

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras, definido como se indica na nota correspondente ao mês de Janeiro.

Atenção

AO BAIXO FACTOR DE POTÊNCIA



BATERIA
DE TIPO INTERIOR
360 KVAR, 400 V, 50 HZ

PARA A SUA CORRECÇÃO:

CONDENSADORES

ACECLOR

(ALTA E BAIXA TENSÃO)

- NÃO INFLAMÁVEIS
- ABSOLUTAMENTE ESTANQUES
- DE PEQUENO VOLUME E DE PESO REDUZIDO
- DE GRANDE FACILIDADE DE INSTALAÇÃO
- DE PERDAS DIELÉCTRICAS MÍNIMAS

●

PROTEGIDOS ESPECIALMENTE CONTRA A ACÇÃO CORROSIVA DOS AGENTES ATMOSFÉRICOS

ACEC

ATELIERS DE CONSTRUCTIONS ÉLECTRIQUES DE CHARLEROI

PARA TODOS OS PROBLEMAS DE CORRECÇÃO DO FACTOR DE POTÊNCIA, CONSULTAR OS DISTRIBUIDORES GERAIS:

INDÚSTRIAS ELÉCTRICAS ASSOCIADAS — INEL

SEDE EM LISBOA: RUA RODRIGO DA FONSECA, 76, 4.°
TELEFS. 40174, 47533, 55317, 56582 E 57158 • TELEG.: INELA-LISBOA
DELEGAÇÃO NO PORTO: RUA DE SANTA CATARINA, 470
TELEFONE 28841, 28842 E 28843 • TELEGRAMAS: INELAPO-PORTO

RÉGUAS DE CÁLCULO

FABRICO ALEMÃO

Numa grande variedade de sistemas em modelos de bolso, escritório e de parede.

As réguas de cálculo **ARISTO** são precisas, resistentes, práticas e duma concepção completamente diferente de todas as outras. Escreva a pedir preços e catálogos aos

Representantes exclusivos para Portugal:

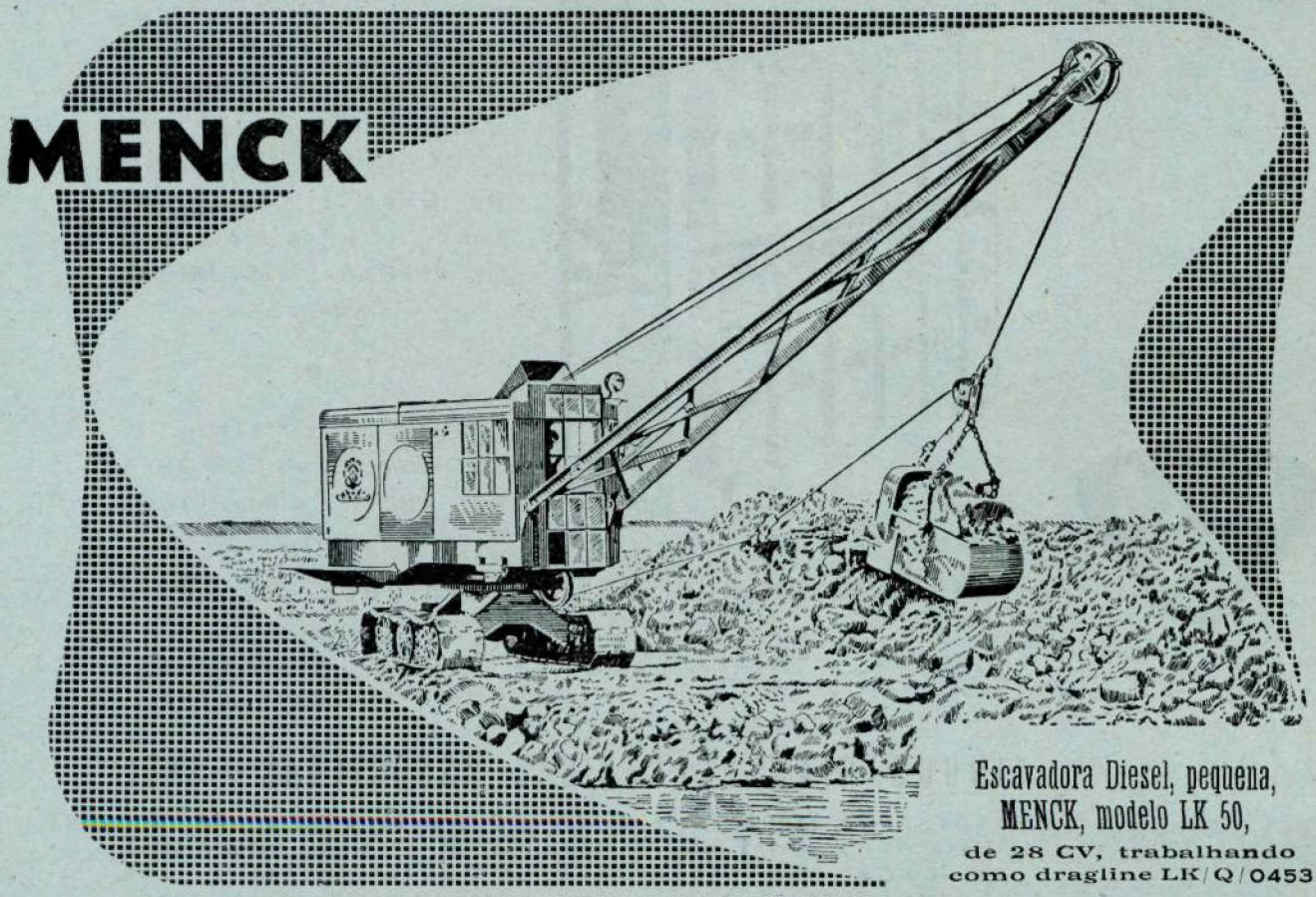
EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.ª, L.DA

CASA FUNDADA EM 1854

Sede: R. de Santo António, 137 — PORTO
Telef. 20254/5

Filial: R. Antero de Quental, 17 — LISBOA
Telef. 53366

ARISTO



Escavadora Diesel, pequena, MENCK, modelo LK 50, de 28 CV, trabalhando como dragline LK/Q/0453

Representantes em Portugal:

Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, L.da
PORTO — Praça da Liberdade, 114

Eng.º J. E. Michaëlis de Vasconcellos
LISBOA — R. Fialho de Almeida, 1

C. D. U. 624.041.2:518 6

O método de Kani para o cálculo de pórticos

POR EDUARDO ROMANO DE ARANTES E OLIVEIRA

Do curso de Engenharia Civil

O método exposto é a base da tese de doutoramento do engenheiro jugoslavo G. Kani, na Escola Técnica Superior de Stuttgart.

Baseámo-nos na obra de Kani «Die Berechnung Mehrstöckiger Rahmen» que, por não ter ainda sido traduzida do alemão, se torna de difícil leitura para a maioria dos meus colegas do Instituto Superior Técnico.

Na Alemanha, as vantagens do método de Kani sobre o de Cross são absolutamente reconhecidas, tendo sido adoptado pela generalidade dos engenheiros. Essas vantagens resultam duma possibilidade de fácil e constante verificação, além duma simplificação tão grande, nos casos dos pórticos não simétricos e assimètricamente carregados, que estes se tornam pouco mais complicados que os simétricos, o que não acontece no método de Cross.

1 — Pórticos simétricos, simètricamente carregados

Como vamos ver, não há neste caso diferença essencial entre os dois métodos, o de Kani e o de Cross.

Consideremos um pórtico.

Como supomos inalteráveis os ângulos que as barras formam entre si, podemos considerar cada barra como sujeita a um semi-encastramento nas duas extremidades. O nosso problema é determinar os momentos de semi-encastramento nas extremidades de cada barra.

Em tudo o que se segue, suporemos que o sinal dos momentos é dado pela convenção da mecânica.

Isolemos uma barra da estrutura. Seja a barra AB. Essa barra está em geral carregada com uma carga distribuída duma maneira qualquer, podendo ainda haver cargas concentradas.

Suponhamos que as extremidades A e B da barra não sofrem translações. Se aplicarmos um momento M'_A em A, e se a extremidade B estiver fixa, aparecerá em B um momento M'_B tal que:

$$\boxed{M'_B = \beta M'_A}$$

β tem o nome de coeficiente de transmissão. No caso particular de a barra $\overline{AB}$ ser de momento de inércia e módulo de elasticidade constantes, $\beta = \frac{1}{2}$.

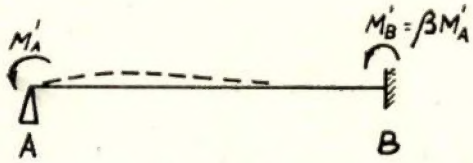


Fig. 1

Estes momentos, M'_A e M'_B, somar-se-ão evidentemente aos que já estiverem prèviamente aplicados em A e B. Isto é: se o momento em A passar de M_A para $M_A + M'_A$, o momento em B passará de M_B para $M_B + \beta M_A$ (teorema 1).

O outro princípio em que se baseiam os métodos de Cross e de Kani é o de os momentos aplicados num nó se repartirem pelas barras concorrentes nesse nó, proporcionalmente aos respectivos coeficientes de rigidez (teorema 2). Se as barras tiverem momentos de inércia constantes e o módulo de elasticidade for o mesmo para todas elas, os coeficientes de rigidez serão proporcionais aos cocientes dos momentos de inércia pelos comprimentos das barras: $\frac{I}{l}$.

Isto é, se tivermos uma estrutura como a esquematizada na figura 2 e aplicarmos um momento M no nó E, ele repartir-se-á de maneira tal que o momento que vai aparecer na extremidade E da barra EB será:

$$M_1 = \frac{M \cdot {}^{I_1}/_{l_1}}{\frac{I_1}{l_1} + \frac{I_2}{l_2} + \frac{I_3}{l_3} + \frac{I_4}{l_4}}$$

O método de Cross, tanto como o de Kani, baseia-se nestas duas hipóteses.

As incógnitas hiperestáticas serão absolutamente determinadas se partirmos das equações fornecidas pela estática e da condição de invariabilidade dos ângulos.

Ora, o método de Cross resolve a dificuldade da introdução desta última condição partindo dum estado onde ela é respeitada. Consiste então em, nunca deixando a invariabilidade dos ângulos, aproximarmo-nos, tanto quanto desejarmos, das condições dadas pela estática: o anulamento dos momentos em cada nó. Para isso, é necessário ir introduzindo em cada nó momentos iguais e de sinal contrário aos lá existentes, momentos esses que se repartirão segundo o teorema 2.

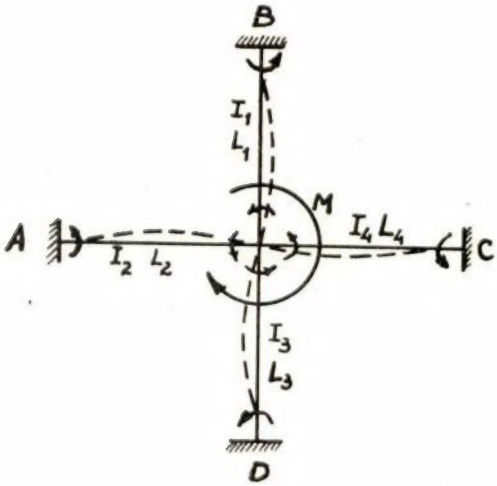


Fig. 2

É fácil de ver que os ângulos permanecem invariáveis, visto que as extremidades das barras só se movem por acompanharem a rotação geral do nó, permanecendo fixas, quando se introduz um momento na extremidade restante da barra.

O estado de que se parte é o que corresponde ao encastramento perfeito das barras; tudo se passa como se aplicássemos em cada nó um momento, em geral diferente de zero, para manter esse encastramento. Aplicar-se-á agora um momento igual e de sinal contrário que produzirá uma rotação em cada nó. Mas, para que uma extremidade A duma barra não rode em virtude da rotação de outra extremidade B, o teorema 1 diz-nos que deve lá introduzir-se um momento igual a β vezes o que produziu a rotação de extremidade B. Esse momento provoca um novo desiquilíbrio. Procede-se então da mesma forma. E assim sucessivamente.

Os momentos em cada barra são dados pela soma dos momentos de encastramento com uma série de valores provenientes:

a) da repartição dos momentos equilibrantes sucessivamente aplicados em cada nó, pelas barras concorrentes nesse nó;

b) da introdução de momentos na outra extremidade da barra.

Ora, o método de Kani, baseando-se nos dois princípios em que se baseia o de Cross, simplifica a questão, evitando a soma final, que é bastante incómoda.

Em cada extremidade duma barra, o momento final é igual ao momento de encastramento perfeito M^*, mais uma outra quantidade:

$$M = M^* + \Delta M$$

É esse ΔM que vai ser obtido por aproximações sucessivas. ΔM consta de duas parcelas, uma correspondente à alínea *a*) e outra à alínea *b*), acima consideradas.

Isolemos a barra AB. Sejam M_A^* e M_B^* os momentos de encastramento perfeito em A e em B. Suponhamos que em A se introduz um momento para equilibrar o nó (ficando $\Delta M = 0$); seja $(\Delta M_A)_1$ a fracção desse momento correspondente à barra $\overline{AB}$ (2.º teorema). Faça-se o mesmo para o nó B e chamemos $(\Delta M_B)_1$ à fracção do momento equilibrante correspondente à nossa barra.

Pelo 1.º teorema, os momentos em A e em B passarão respectivamente a ser:

$$(M_A)_1 = M_A^* + (\Delta M_A)_1 + \beta\,(\Delta M_B)_1$$
$$(M_B)_1 = M_B^* + (\Delta M_B)_1 + \beta\,(\Delta M_A)_1$$

Se tornarmos a repetir a operação indefinidamente, encontraremos duas sucessões de valores:

$$(\Delta M_A)_1,\ (\Delta M_A)_2,\ \ldots\ldots,\ (\Delta M_A)_n,\ \ldots\ldots$$
$$(\Delta M_B)_1,\ (\Delta M_B)_2,\ \ldots\ldots,\ (\Delta M_B)_n,\ \ldots\ldots$$

Demonstra-se que estas duas sucessões tendem para limites de que poderão aproximar-se indefinidamente.

Esses limites, geralmente (ΔM_∞), são tais que

$$M_A = M_A^* + (\Delta M_A)_\infty + \beta\,(\Delta M_B)_\infty$$
$$M_B = M_B^* + (\Delta M_B)_\infty + \beta\,(\Delta M_A)_\infty$$

sendo M_A e M_B os momentos que na realidade se verificam nas extensidades da barra $\overline{AB}$.

Vejamos agora a realização prática do método. Vamos supor que o momento de inércia e o módulo de elasticidade se mantêm constantes ao longo de cada barra. Será então $\beta = 1/2$.

São dados para cada barra os $\frac{I}{l}$ e os momentos de encastramento perfeito.

As somas algébricas dos momentos correspondentes a cada nó inscrevem-se em círculos com centros nesses nós. Em seguida calcula-se para

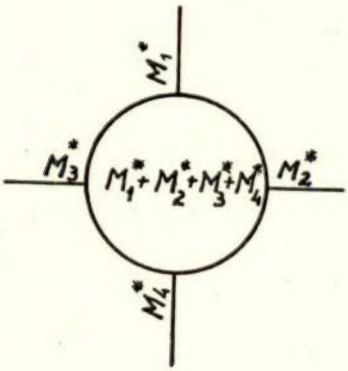


Fig. 3

cada extremidade de cada barra o valor $-\left(\frac{I/l}{2\,\Sigma\,\frac{I}{l}}\right) = \mu$, cociente do $\frac{I}{l}$ da barra pelo dobro da soma dos $\frac{I}{l}$ de todas as barras concorrentes no nó a que essa extremidade pertence.

Inscrevem-se, por exemplo, os μ no espaço entre o primeiro círculo e outro concêntrico com ele, e a ele exterior.

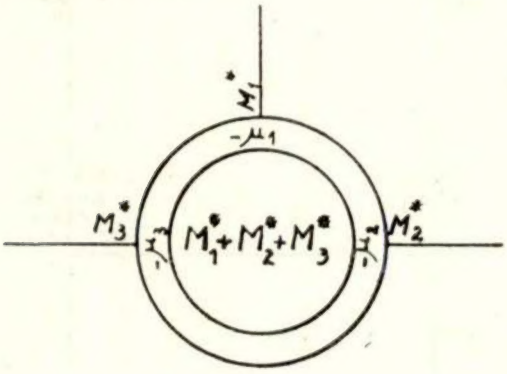


Fig. 4

Distribuimos agora os momentos que desiquilibram cada nó, e que estão, como vimos, inscritos dentro do círculo menor. Para isso, multiplicamos cada um desses momentos pelos valores μ e escrevemos os produtos respectivos debaixo dos momentos de encastramento perfeito correspondente. Os produtos representam os $\frac{1}{2}(\Delta M)_1$.

A partir daqui, vamos proceder da mesma forma para cada nó, não já com os momentos inscritos nos círculos, mas com a soma desses momentos com os últimos dos $\frac{1}{2}(\Delta M)_n$, assim determinados, correspondentes as extremidades, não pertencentes ao nó, de todas as barras nele concorrentes. Com efeito esses valores representam para o nó A, os $\frac{1}{2}(\Delta M_B)_n$ e, como é fácil de ver, o desiquilíbrio em cada nó é $\left[M_A^* + \frac{1}{2}(\Delta M_B)_n\right]$.

Suponhamos agora que, para cada barra, chegámos a uns valores $\frac{1}{2}(\Delta M_A)_f$ e $\frac{1}{2}(\Delta M_B)_f$, valores considerados finais por ser f suficientemente grande para que, a menos dum erro tolerável,

$$(\Delta M_B)_f = (\Delta M_B)_{f-1}$$

$$(\Delta M_A)_f = (\Delta M_A)_{f-1}$$

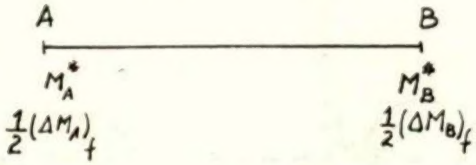


Fig. 5

Determinemos para cada barra a soma

$$S_{AB} = \frac{1}{2}(\Delta M_A)_f + \frac{1}{2}(\Delta M_B)_f$$

Os momentos procurados serão:

$$\boxed{\begin{aligned} M_A &= M_A^* + \frac{1}{2}(\Delta M_A)_f + S_{AB} \\ M_B &= M_B^* + \frac{1}{2}(\Delta M_B)_f + S_{AB} \end{aligned}}$$

Para este primeiro caso, portanto, o método de Kani não difere essencialmente do de Cross.

Exemplo :

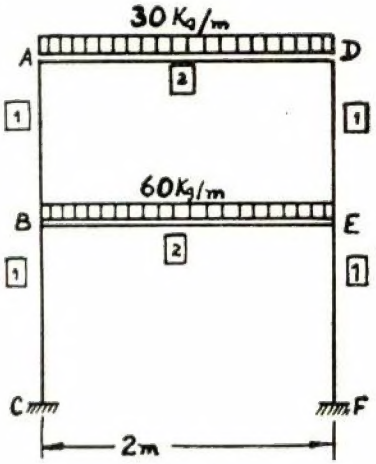


Fig. 6

Os números dentro dos quadrados representam os valores $\frac{I}{l}$.

Momentos de encastramento :

$$\frac{30 \times 4}{12} = 10 \text{ kg m}$$

$$\frac{60 \times 4}{12} = 20 \text{ kg m}$$

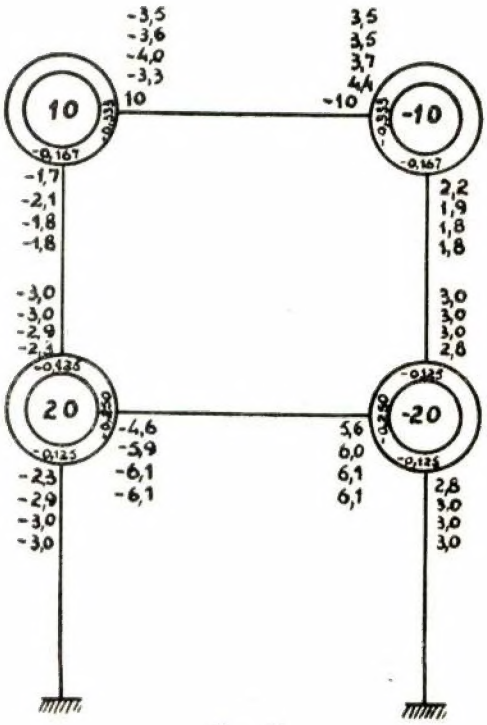


Fig. 7

Começando por exemplo pelo nó A, obtemos :

$$\left.\begin{array}{l} 10 \times (-0{,}333) = -3{,}3 \\ 10 \times (-0{,}167) = -1{,}7 \end{array}\right\}$$ em que *10* é o número escrito no interior do círculo.

$(-3{,}3)$ e $(-1{,}7)$ são escritos nos respectivos lugares.

Segue-se em seguida o nó B. Vem :

$$(20 - 1{,}7) \,.\, (-0{,}125) = -2{,}3$$
$$(20 - 1{,}7) \,.\, (-0{,}250) = -4{,}6$$

em que :

$$\left\{\begin{array}{l} 20 \text{ —— é o número inscrito no círculo} \\ (-1{,}7) \text{ —— é o } \left(\frac{\Delta M}{2} A_{AB}\right)_1 \end{array}\right.$$

E assim por diante.

Por exemplo, $\left(\frac{\Delta M}{2} E_{EF}\right)_3 = (-20 + 1{,}8 - 6{,}1) \times$
$\times (-0{,}125) = 3{,}0$

em que :

$$\left\{\begin{array}{l} 1{,}8 = \left(\frac{\Delta M}{2} D_{DE}\right)_3 \\ (-6{,}1) = \left(\frac{\Delta M}{2} B_{BE}\right)_3 \\ (-20) \text{ —— é o número inscrito no círculo.} \end{array}\right.$$

Os momentos serão :

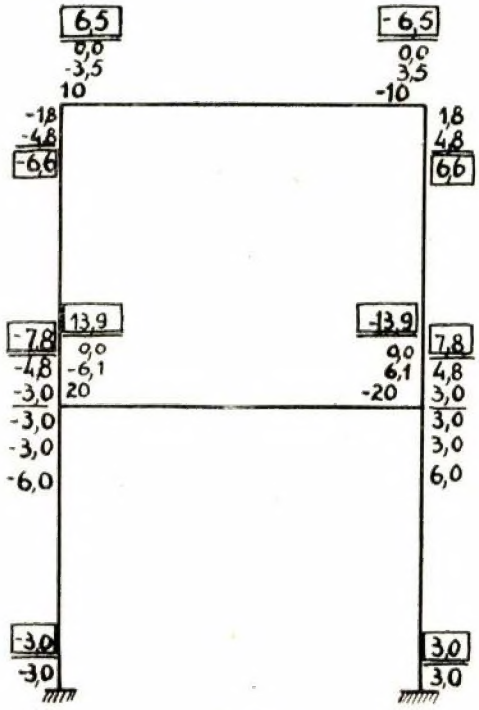


Fig. 8

Por exemplo,

$$6{,}6 = 1{,}8 + (1{,}8 + 3{,}0) = 6{,}6$$

$$-7{,}8 = -3{,}0 + (-1{,}8 - 3) = -7{,}8$$

Observação: A sucessão dos $\frac{(\Delta M)_n}{2}$ não é monòtonamente convergente senão a partir do instante em que em todos os nós se introduziram momentos equilibrantes e desde que se mantenha a ordem na libertação dos nós. O que se passa com o nó *A*, neste exemplo, esclarece bem o que queremos dizer.

2 — Caso geral das cargas verticais quaisquer carregando pórticos assimétricos

Quando há qualquer assimetria, a deformação do pórtico provoca, além da rotação, uma translacção de cada nó.

O método anteriormente usado presupõe que essa translacção não se dá (como vimos, o único movimento admitido é para cada nó, uma rotação, resultante da aplicação do momento equilibrante).

O método de Cross aplicado a uma estrutura nestas condições, exige o artifício de se supor a existência de forças horizontais que impedem a translacção dos nós. Essas forças são fàcilmente determináveis pelas equações da estática que exigem que, considerada uma secção num pórtico a um nível *h*, a soma algébrica de todas as forças acima desse nível e dos esforços transversos desenvolvidos na secção, em todos os pilares, seja nula (fig. 9).

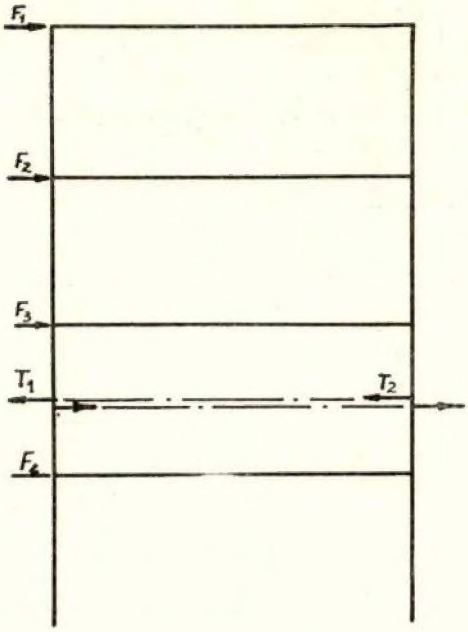
Dos momentos devidos a estas forças fictícias e às cargas reais, há que diminuir os devidos só às forças fictícias.

Não interessa descrever aqui como se procede. Basta recordar que temos que aplicar tantas vezes o método de Cross, quantos forem os andares do pórtico. No fim, temos, para um pórtico de *n* andares, um sistema de *n* equações a *n* incógnitas que pode ser de trabalhosa resolução.

O método de Kani começa a ser insubstituível, porque introduz uma grande simplificação.

Consideremos ainda a equação:

$$M = M^* + \Delta M$$



$$T_1 + T_2 = F_1 + F_2 + F_3$$

Fig. 9

ΔM consta aqui de 3 parcelas:

a) parcela proveniente da repartição dos momentos equilibrantes.

b) parcela proveniente da introdução de momentos na outra extremidade da barra.

c) parcela proveniente de a coluna rodar dum ângulo ϕ. Chamemos M'' a esta parcela.

M'' será igual para as duas extremidades de cada coluna.

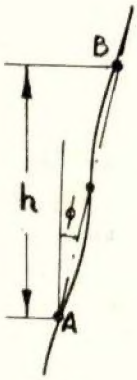


Fig. 10

Consideremos um pilar isolado. M_A^* e M_B^* serão nulos, em virtude de só existirem cargas verticais.

$$M_A = \Delta M_A + \beta \Delta M_B + M''$$
$$M_B = \Delta M_B + \beta \Delta M_A + M''$$

Ainda em virtude de só existirem cargas verticais, a soma dos esforços transversos de todos os pilares, em qualquer secção, é igual a 0.

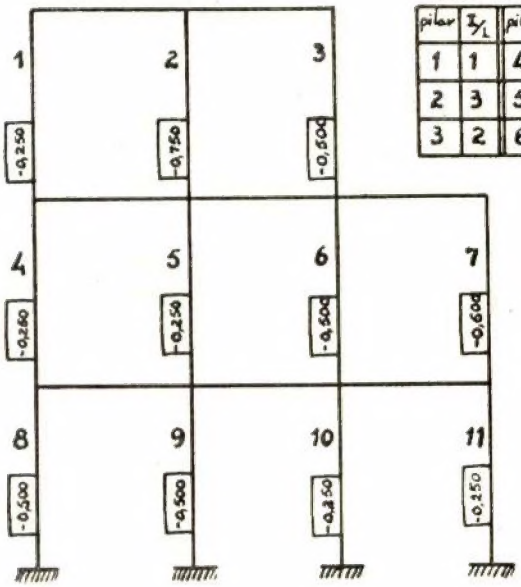
Será portanto:

$$\Sigma Q = \Sigma \frac{M_B + M_A}{h} = 0$$

$$\therefore \frac{3}{2} \Sigma \frac{\Delta M_A + \Delta M_B}{h} + 2 \Sigma M'' = h$$

gulo o valor $-\frac{3}{2} \frac{\frac{I}{l}}{\Sigma \frac{I}{l}} = \rho$, estendendo-se agora o somatório a todos os pilares de cada andar.

Assim, seja, o pórtico:



Quadro da rigidez dos pilares

pilar	I/l	pilar	I/l	pilar	I/l	pilar	I/l
1	1	4	1	7	2	10	1
2	3	5	1	8	2	11	1
3	2	6	2	9	2		

Fig. 11

$$\therefore \boxed{\Sigma M'' = -\frac{3}{4} \Sigma \frac{\Delta M_A + \Delta M_B}{h}}$$

Este somatório estende-se a todos os pilares dum dado andar.

Para a determinação dos M'', basta lembrar que, para um mesmo ρ (e na realidade ϕ é o mesmo para todos os pilares dum dado andar). os M'' serão proporcionais aos $\frac{I}{l}$ de cada pilar.

Vamos ver como na prática se dispõe o cálculo. Suporemos também aqui que E e I não variam ao longo de cada barra.

Começamos por determinar os μ e os momentos de encastramento, tal como para o caso do pórtico simétrico, simètricamente carregado, inscrevendo-os em círculos com centros nos nós.

A meio de cada pilar, inscreve-se num rectân-

Temos, por exemplo, o pilar 1:

$$-\frac{3}{2} \frac{1}{1+3+2} = -0{,}250 = \rho_1$$

para o pilar 2:

$$-\frac{3}{2} \frac{3}{1+3+2} = -0{,}750 = \rho_2$$

e assim sucessivamente.

Os M'' de cada pilar são sempre determinados somando os $\frac{(\Delta M)_n}{2}$ nas bases e nos topos de todos os pilares do andar e multiplicando esse total pelo ρ do pilar.

Demonstra-se que, para cada pilar, a sucessão dos M'' assim obtida converge monòtonamente para um limite bem definido. Cabe aqui, no entanto, a observação feita no exemplo do 1.º caso.

Um exemplo explicará melhor tudo isto.

MUNDUS

É de salientar que este Pavilhão, com 107,80 m. de comprimento, 23,25 m. de largura e 8,00 m. de altura foi montado sem qualquer pilar central, a-pesar do desnível do terreno ser 7 °/₀, pelo que há um aproveitamento completo da área total, ou sejam 2.500 m2. A estabilidade dêste Pavilhão, foi submetida à prova de ventos com velocidades de cêrca de 90 kil. / hora que assolaram Lisboa, com pleno êxito.

O material utilizado foi:

12.000 metros de tubo de 1 1/2"
9.000 juntas patenteadas **MUNDUS**
1.250 espigas » »
250 bases » »

A cobertura com cerca de 3.000 m2, foi executada com material especial **ONDUTEX.**

A protecção lateral e dos topos foi executada em lona, tendo sido utilizados aproximadamente 2.000 m2.

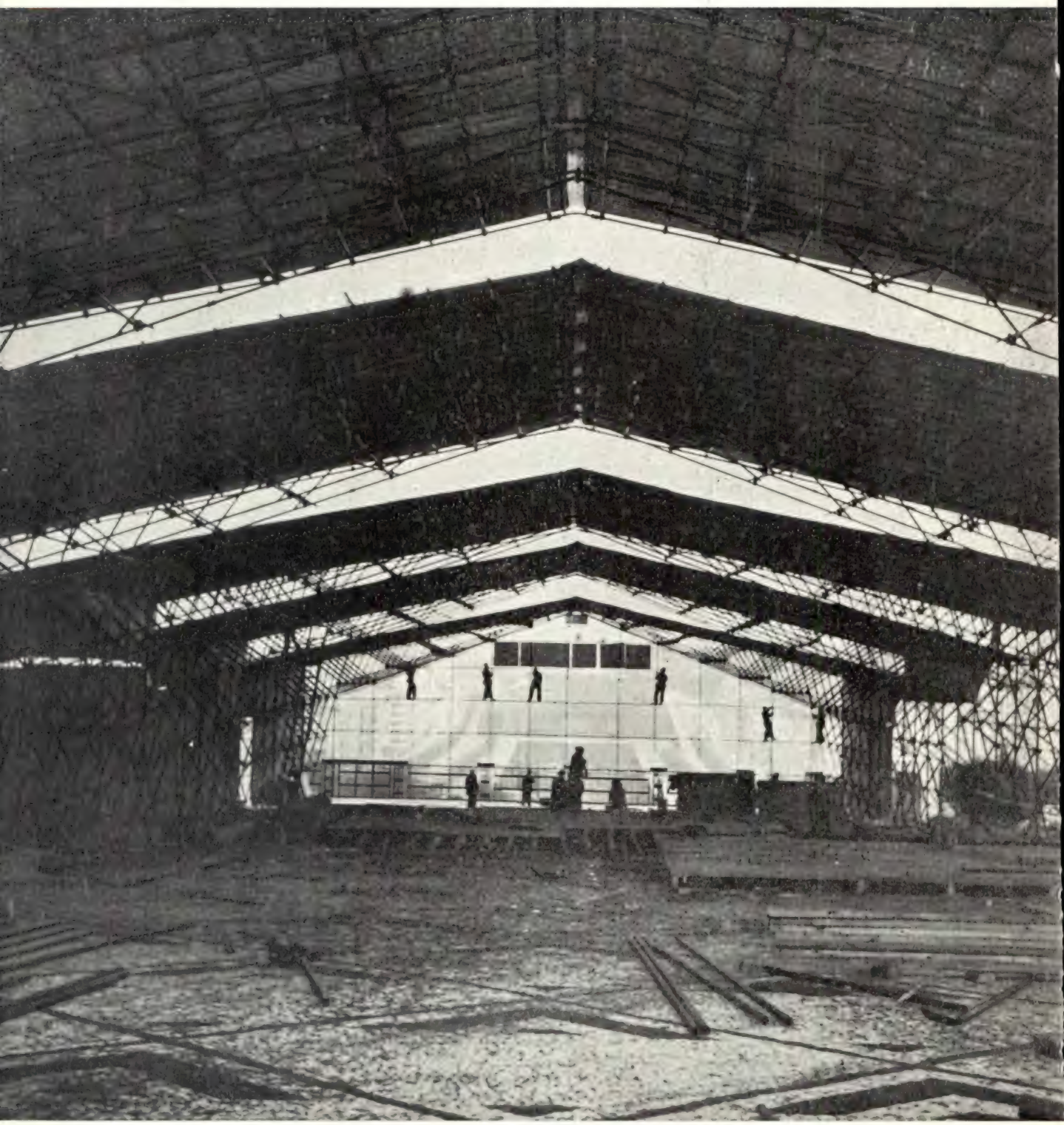
Duração da montagem	20 dias
Peso da estrutura	60 toneladas
» do material da cobertura . .	20 »

Esta importante obra foi projectada e montada por **MUNDUS,** Casa especializada na venda e aluguer de estruturas metálicas desmontáveis, com juntas de sua patente.

PEDIDOS DE ORÇAMENTOS:

Rua Alves Correia, 15-1.º — LISBOA
Telefones 25907 - 30676

José Maria Júnior & C.ª — Rua da Rosa, 240 — Lisboa — 5.000 ex. — 24-3-956



Vista parcial durante a montagem do Pavilhão B da Exposição Técnica Alemã em estrutura metálica tubular desmontável.

Exemplo: Seja o pórtico seguinte:

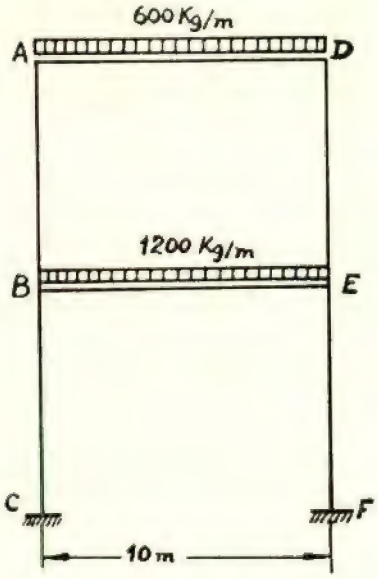


Fig. 12

pilar $\overline{AB}$: $\frac{I}{l} = 2$

travessa $\overline{AD}$: $\frac{I}{l} = 2$

pilar $\overline{DE}$: $\frac{I}{l} = 1$

pilar $\overline{BC}$: $\frac{I}{l} = 3$ travessa $\overline{BE}$: $\frac{I}{l} = 3$

pilar $\overline{EF}$: $\frac{I}{l} = 2$

Momentos de encastramento:

$$M_A^* = \frac{0{,}600 \times 100}{12} = 5 \text{ m ton}$$

$$M_D^* = - M_A$$

$$M_B = \frac{1{,}200 \times 100}{12} = 10 \text{ m ton}$$

$$M_E = - M_B$$

Supomos determinados os ρ e os μ. Determinados igualmente os momentos de encastramento perfeito.

A primeira coisa a fazer é, começando por exemplo pelo nó A, multiplicar o valor 5 pelos μ desse nó, escrevendo os resultados na extremidade esquerda da barra $\overline{AD}$ e na superior da barra $\overline{AB}$, respectivamente. Para os nós restantes, não devemos esquecer que ao número inscrito no círculo, representativo do momento de encastramento, se deve adicionar o $\frac{1}{2}$ $(\Delta M)_1$ já determinado para as extremidades das barras não pertencentes ao nó, como no caso da simetria, já tratado. Por exemplo, para o nó B, o valor (— 1,10), obtido para a extremidade inferior da barra $\overline{AB}$ resulta das seguintes operações:

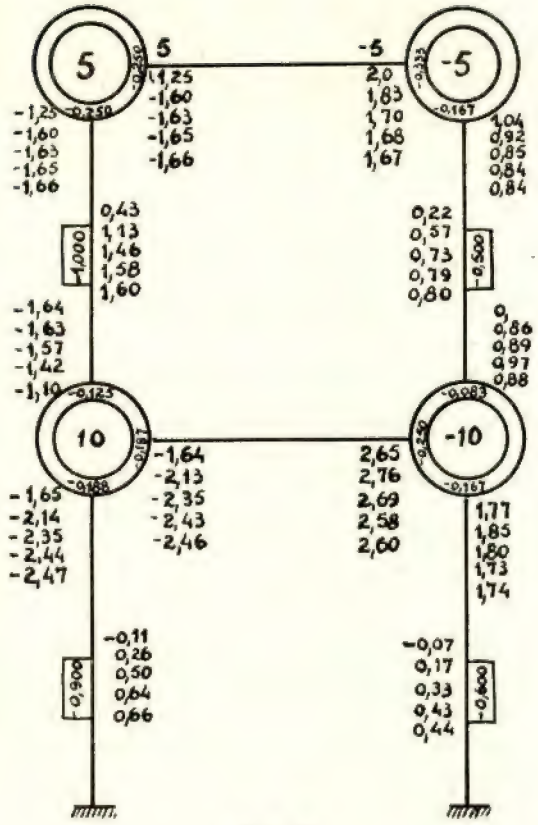


Fig. 13

$$[10 + (-1{,}25)] \times (-0{,}125) = -1{,}10$$

em que:

- 10 — estava dentro do círculo.
- — 1,25 — provém da extremidade restante de $\overline{AB}$.
- — 0,125 — é o μ correspondente.

Anàlogamente são obtidos os $\frac{1}{2}$ $(\Delta M)_1$ para os nós D e E.

Para determinar o primeiro termo de sucessão dos M'', não temos mais que somar os $\frac{(\Delta M)_1}{2}$

das extremidades das barras verticais, isto para cada andar.

O valor 0,43 da barra $\overline{AB}$, resulta das seguintes operações:

$$[(-1{,}25) + (-1{,}10) + 1{,}04 + 0{,}88] \times \\ \times (-1{,}000) = 0{,}43$$

em que $(-1{,}000)$ é o valor de ρ.

Da mesma forma obtemos, para DE, o valor *0,22*.

Para as barras $\overline{BC}$ e $\overline{EF}$, só temos que somar os dois $\frac{1}{2}(\Delta M)_1$ correspondentes às extremidades superiores das barras, tendo assim:

$$(-1{,}65 + 1{,}77) \times (-0{,}900) = -0{,}11$$
$$(-1{,}65 + 1{,}77) \times (-0{,}600) = -0{,}07$$

O cálculo continua-se da mesma forma até haver uma variação considerada suficientemente pequena nos valores sucessivos dos $\frac{(\Delta M)_n}{2}$ e dos M".

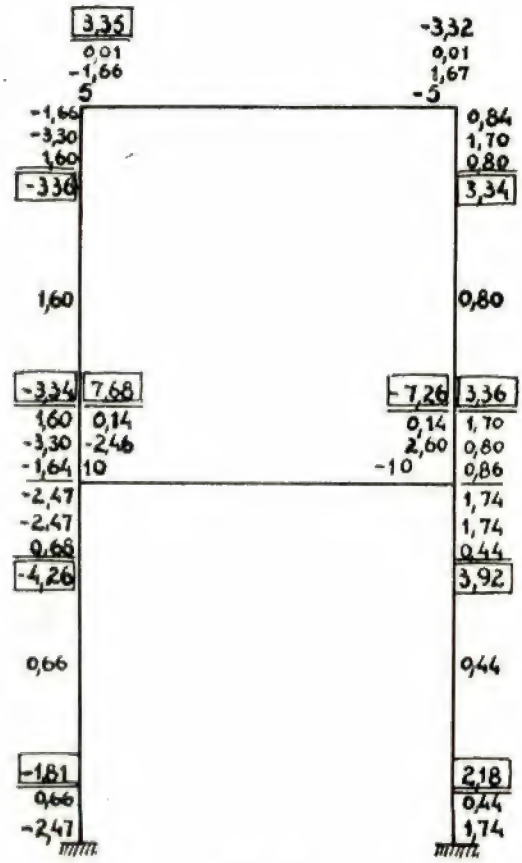


Fig. 14

Então os valores dos momentos nas extremidades de cada barra serão simplesmente obtidas pela soma:

(momento de encastramento perfeito +

$+ \left[\frac{1}{2} (\Delta M)_n \right.$ correspondente a essa extremidade da barra $\left. \right] +$

$+ \left[\right.$ soma dos $\frac{1}{2} (\Delta M)_n$ correspondentes às duas extremidades da barra $\left. \right] +$ M" da barra (fig. 14).

Assim, por exemplo, o valor 3,36 da extremidade inferior da barra D E, provém da soma:

$\frac{1}{2} (\Delta M_E)_f$	0,86
M"	0,80
$\left[\frac{1}{2} (\Delta M_E)_f + \frac{1}{2} (\Delta M_D)_f \right]$ ...0,86 + 0,84 =	1,70
	3,36

Por sua vez, o valor 3,35 da extremidade A, da barra A B:

M. de encast. perf.	5
$\frac{1}{2} (\Delta M_A)_f$	−1,66
$\left[\frac{1}{2} (\Delta M_A)_f + \frac{1}{2} (\Delta M_D)_f \right]$ = (−1,66)+1,67 =	+ 0,01
	3,35

3 — Existência de cargas horizontais

A existência de cargas verticais simétricas, carregando pórticos simétricos, dava o caso puro da rotação dos nós.

Quando a assimetria aparece, introduz-se a translacção dos nós, ou seja a rotação da barra.

No caso das cargas horizontais, continua a haver necessidade do conhecimento dos μ e dos ρ e a ser necessário calcular os momentos de encastramento das travessas.

Quanto aos montantes, vejamos o que se pode estabelecer.

Suponhamos que as cargas horizontais estão concentradas nos nós. Se se tratar duma carga

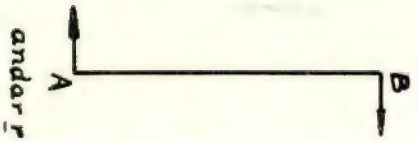


Fig. 15

distribuida, veremos no exemplo o que há a fazer.

Teremos:

$$M_A = \Delta M_A + \beta \Delta M_B + M''$$
$$M_B = \Delta M_B + \beta \Delta M_A + M''$$

Estas equações são as já estabelecidas no caso anterior. Mas aqui, M'' é dado por outra expressão.

Com efeito:

$$\frac{\Sigma (M_B + M_A)}{h_r} = - \Sigma Q_r$$

em que ΣQ_r representa a soma de todas as forças horizontais acima de *A*. Quanto a $\Sigma (M_B + M_A)$, este somatório estende-se a todos os pilares do andar *r*.

Então:

$$\frac{3}{2} \Sigma \frac{\Delta M_A + \Delta M_B}{h_r} + 2 \Sigma \frac{M''}{h} = - \Sigma Q_r$$

$$\boxed{\Sigma M'' = - \frac{3}{2} \Sigma \left[\left(\frac{\Delta M_A}{2} + \frac{\Delta M_B}{2} \right) + \frac{\Sigma Q_r h_r}{3} \right]}$$

O caminho a seguir é então fácil de ver. Difere do estudado no caso anterior ùnicamente pelo cálculo dos M''. No resto, como se vê pela expressão de M_A e pela de M_B, não difere absolutamente nada.

M_A^* e M_B^* só serão diferentes de zero, quando existir uma carga não concentrada nos nós.

No caso de existir uma carga uniformemente distribuída (vento), substituir-se-á esta por forças concentradas nos nós de grandeza igual, para cada nó, à da carga distribuída por metro linear multiplicada por metade da soma dos comprimentos dos dois pilares concorrentes no nó. Não se esqueça porém, que há então que calcular os momentos de encastramento devidos à carga distribuída: simplesmente esses momentos não entram no cálculo dos M'', por ser $M_A^* = - M_B^*$ e, portanto $M_A^* + M_B^* = 0$.

Exemplo:

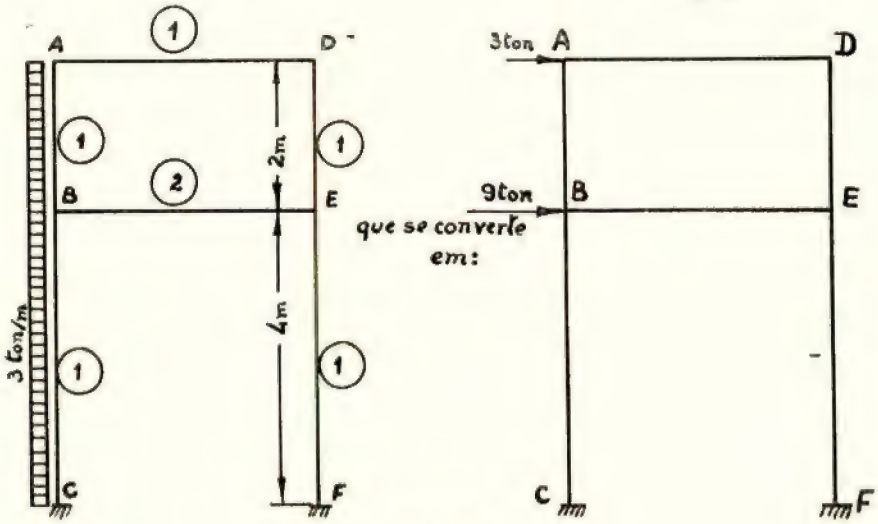


Fig. 16

não esquecendo no entanto os momentos de encastramento

$$M^*_{A\,\overline{AB}} = - M^*_{B\,\overline{AB}} = \frac{3 \times 4}{12} = 1 \ tm$$

$$M^*_{B\,\overline{BC}} = - M^*_{C\,\overline{BC}} = \frac{3 \times 16}{12} = 4 \ tm$$

$$\left(\frac{Q\,h}{3} \right)_1 = \frac{3 \times 2}{3} = 2 \text{ tm}$$

$$\left(\frac{Q\,h}{3} \right)_2 = \frac{(3+9) \times 4}{3} = 16 \text{ tm}$$

A diferença entre este caso e o das forças verticais resulta do cálculo dos M'', como vimos.

Com efeito, aqui, temos de juntar à soma dos $\frac{(\Delta M)_n}{2}$ os valores de $\frac{Q h}{3}$.

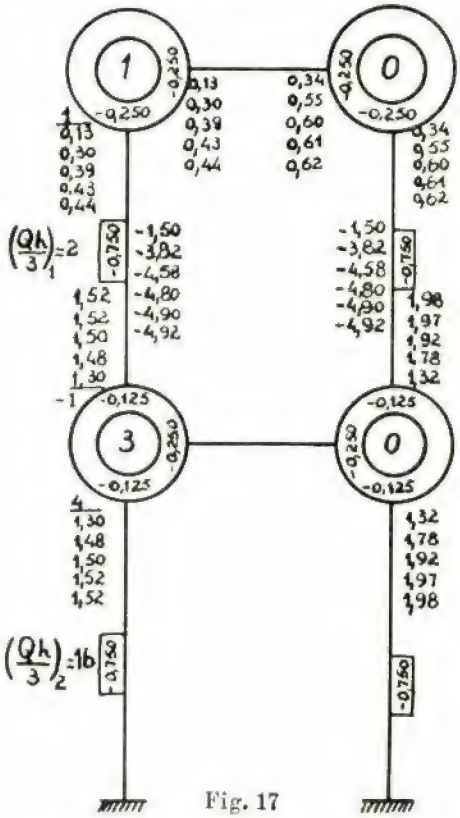


Fig. 17

Assim, por exemplo, o valor (—1,50) que corresponde a $(M'')_1$ para a barra A B, provém da operação:

$$2 \times (-0{,}750) = -1{,}50$$

sendo:

$$\begin{cases} 2 = \left(\frac{Q h}{3}\right)_1 \\ -0{,}750 = \rho \end{cases}$$

Para a mesma coluna, o valor — 4,58 provém de:

$$0{,}30 + 0{,}55 + 1{,}48 + 1{,}78 + 2)\ (-0{,}750) = -4{,}58$$

em que:

$$\begin{cases} 0{,}30 = (\Delta M_{A\overline{AB}})_2 \\ 0{,}55 = (\Delta M_{D\overline{DE}})_2 \\ 1{,}48 = (\Delta M_{B\overline{AB}})_2 \\ 1{,}78 = (\Delta M_{E\overline{DE}})_2 \\ 2 = \left(\frac{Q h}{3}\right)_1 \\ \rho = -0{,}750 \end{cases}$$

Os momentos serão:

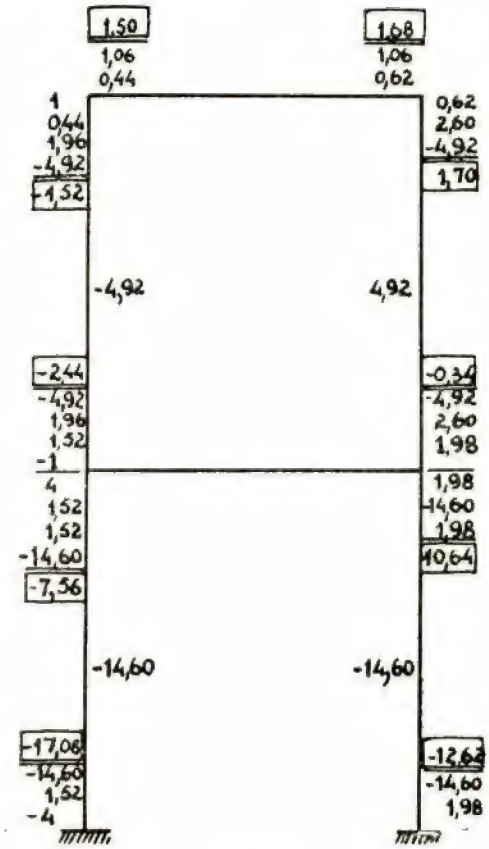


Fig. 18

Como se vê os valores $\frac{Q h}{3}$ não entram no cálculo destes momentos senão através dos M''.

4 — Quanto à verificação cuja possibilidade foi prometida no princípio, deve dizer-se que, no no caso dos nós não sofrerem translações, é também possível no método de Cross. Nos casos restantes, porém, só segundo os moldes de Kani se torna possível uma generalização em que se conserve a simplicidade, isto é, a verificação baseia-se no raciocinio usado para o método de Kani.

Pràticamente consiste na possibilidade de se escrever fàcilmente a expressão da rotação das extremidades das barras à custa dos momentos determinados e, portanto. na possibilidade de se verificar a permanência dos ângulos entre barras.

É ainda considerada por Kani uma aplicação do seu método ao traçado de linhas de influência.

O método de Cross é susceptível de certas

modificações, quando há barras articuladas numa extremidade, como sabemos. *Mutatis mutandis*, essas modificações podem aplicar-se no método de Kani, não valendo portanto a pena descrevê-las.

Como conclusão final, observa-se que o facto de as sucessões dos M'' e dos $\frac{(\Delta M)_n}{2}$ serem monòtonamente convergentes para valores determinados, nas condições observadas, torna maior a possibilidade de descobrir um erro eventual, em sinal e ordem de grandeza. Além disso, o facto de só nos interessarem os valores finais destas sucessões e a propriedade de qualquer erro no cálculo dum dos valores das sucessões vir a dissolver-se na continuação do processo, limitando-se a prolongá-lo, ou a acelerá-lo, dá também uma grande comodidade em relação ao método de Cross.

DO MUNDO TÉCNICO

REVISTA DAS REVISTAS

C. D. U. 621.313.32.004 : 621.3.016.35

O comportamento das máquinas síncronas durante perturbações da estabilidade

Por Th. Laible

(Bulletin Oerlikon, n.º 310)

1. Problema geral da estabilidade

Quando várias centrais trabalham em paralelo, apresenta-se, entre outros, o problema da *estabilidade dinâmica*. Põe-se assim a questão de saber se a exploração pode continuar sem a necessidade duma nova manobra do paralelo em seguida a uma dada perturbação provocada, por exemplo, por um curto-circuito num ponto qualquer da rede de interligação das várias centrais ou por uma forte e súbita variação de carga da rede. Tanto num caso como noutro, a perturbação tem por efeito que a potência eléctrica dos alternadores de uma ou de várias centrais deixa de corresponder à potência mecânica fornecida pelas turbinas. O excedente da potência de accionamento acelera as rodas polares desses alternadores, que giram assim mais ràpidamente que os outros. Quando a perturbação dura bastante tempo, as desfasagens polares devidas à carga, de cada máquina, diferem de tal modo que os diferentes grupos de máquinas deixam de estar em sincronismo. O exame da estabilidade consiste então, essencialmente, em determinar os binários desenvolvidos pelas máquinas síncronas durante a perturbação e depois deduzir a variação dos movimentos das rodas polares. Para tornar o problema mais compreensível, não trataremos de condições gerais mas dum caso tão simples quanto possível. Como indica a fig. 1, consideraremos o caso duma única central alimentando uma grande rede através de várias linhas em paralelo.

Fig. 1 — Esquema da instalação considerada
N — Grande rede *F — Avaria*

2. Géneros de avarias

Admitimos que as perturbações provêm de diferentes géneros de curto-circuitos afectando uma das linhas em paralelo e consideramos principalmente os que se produzem na proximidade da central, por serem estes os mais perigosos para a estabilidade. A perturbação mais ligeira, e também a mais frequente, é devida a acidentais ligações à terra duma única fase (terra unipolar ou monofásica). Quando o ponto neutro não está ligado à terra não haverá nenhuma perturbação. Actualmente, as instalações de transporte de energia para grandes potências são todavia muitas vezes, e cada vez mais, previstas com o ponto neutro ligado directamente à terra, o que permite importantes economias do ponto de vista do isolamento. Uma outra perturbação, já mais perigosa, é a proveniente de curto-circuitos bipolares entre dois condutores de fase, mas que é menos frequente que o curto-circuito bipolar com ligações á terra acidentais e simultâneas (dupla ligação à terra acidental).

A perturbação mais perigosa de todas é a devida ao curto-circuito tripolar, das três fases, durante o qual o transporte de energia fica completamente interrompido. Sendo este último género de perturbação bastante mais raro que os outros, considera-se muitas vezes que a estabilidade duma instalação de transporte de energia é satisfeita quando ela se mantém em presença dos dois primeiros casos citados.

3. Sucessão da perturbação

No decurso duma perturbação, o estado de ligação da rede sofre sucessivas modificações. De início a perturbação subsiste na linha afectada até que esta é desligada ao fim da duração da temporização dos relês de protecção e do tempo próprio dos disjuntores. Durante o período seguinte a central está ligada à grande rede sòmente pelas outras linhas não afectadas. Se existem mais de duas linhas em paralelo, o serviço pode já tornar a ser estável neste estado. Mas este caso é raro e deve então fazer-se a religação da linha perturbada o mais ràpidamente possível. Em seguida ao corte das três fases, o arco de curto-circuito extingue-se muito depressa, a não ser que haja um contacto metálico permanente. O tempo que decorre até à religação depende da desionização do trajecto do arco e atinge no máximo 0,25 s, aproximadamente. Durante um corte unipolar duma ligação à terra acidental, o arco continua a receber corrente por ligação capacitiva com as duas fases não cortadas. Ele persiste tanto mais tempo quanto mais elevada é a tensão de serviço e quanto mais comprida for a linha; o tempo morto até à religação será então maior (0,5 s e mais). Isto, todavia, perturba pouco a estabilidade, porque a ligação entre a central e a rede fica bastante reforçada pelas linhas não afectadas pela avaria.

4. Esquemas equivalentes

Para cada período da perturbação, pode-se estabelecer um esquema equivalente, aplicando a teoria das componentes simétricas [1 e 2], (1) que permite calcular os binários das máquinas síncronas actuando durante esse período. A fig. 2 mostra a obtenção dum tal esquema equivalente no caso dum curto-circuito bipolar numa de duas linhas em paralelo. Sendo nula a corrente de defeito numa fase, enquanto que as outras duas fases estão curto-circuitadas, o sistema equivalente consiste numa ligação em série da rede do sistema directo e da rede do sistema inverso, vistas cada uma depois do ponto da avaria. Este esquema está indicado na fig. 2 a. A linha dupla é representada por um quadripólo de constantes A, B e C, de modo que este esquema é válido para linhas de comprimento qualquer. A central está representada pela f. e. m. transitória E'_d em série com a reactância transitória x'_d dos alternadores e a reactância de curto-circuito x_t dos transformadores. No sistema inverso, não existem f. e m. e a reactância transitória deve ser substituída pela reactância inversa x_2 δ (2). A f. e m. E'_d corresponde ao fluxo que estava ligado ao enrolamento

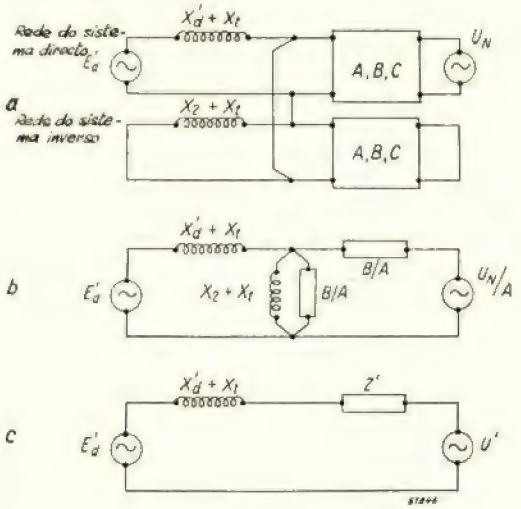


Fig. 2 — Obtenção do esquema equivalente dum curto-circuito bipolar.

a) *Ligação das redes do sistema directo e do sistema inverso no ponto da avaria*

b) *Esquema equivalente resultante*

c) *Esquema equivalente reduzido*

indutor ao aparecer a perturbação. Devido à grande constante de tempo do circuito de excitação, este fluxo — e portanto, E'_d também — permanece pràticamente constante durante pelo menos alguns décimos de segundo.

(1) Os números indicados entre parêntesis referem-se à bibliografia no fim do artigo.

(2) Para a defenição das diferentes reactâncias, bem como dos sistemas directo e inverso, consulte-se um artigo do autor (As reactâncias e outras constantes da máquina síncrona), traduzido no número precedente da *Técnica*.

Como não se considera aqui o comportamento do conjunto da rede, visto depois da central, pode-se simplificar o esquema da fig. 2 a substituindo os quadripólos pela sua impedância de curto-circuito B/A e pela tensão em vazio U_N/A, vistas a partir dos terminais de entrada. O esquema da fig. 2 b assim obtido pode ser também simplificado substituindo todo o esquema à direita da central pela sua impedância de curto-circuito z' e pela sua tensão em vazio U'. Obtém-se assim o esquema da fig. 2 c, que indica que o alternador trabalha sobre uma rede rígida com a tensão U', por intermédio da reactância adicional

$$x_e = x_t + \mathrm{Im}\,(z') \approx x_t + |z'| \qquad (1)$$

Com esta reactância e esta tensão, trata-se então de calcular o binário do alternador. Para os outros géneros de avarias e para o estado seguinte à religação, obtêm-se esquemas equivalentes correspondentes, que diferem uns dos outros sòmente pelos valores de x_e e de U'.

5. Binário da máquina síncrona

Segundo a teoria da máquina síncrona [4, 5 e 6], o binário para velocidades que não se afastam muito da velocidade síncrona é dado pela expressão:

$$\begin{aligned} M = {} & \frac{U' \cdot E'_d}{x'_d + x_e} \operatorname{sen} \delta - \frac{U'^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{x'_d + x_e} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{x_q + x_e} \right) \cdot \operatorname{sen} 2\delta + \\ & + U'^2 \cdot \left\{ \frac{x'_d - x''_d}{(x'_d + x_e)^2} \cdot T''_{do} \cdot \operatorname{sen}^2 \delta + \right. \\ & \left. + \frac{x_q - x''_q}{(x_q + x_e)^2} \cdot T''_{qo} \cdot \cos^2 \delta \right\} \cdot s \\ = {} & M_e + M_r + M_d \end{aligned} \qquad (2)$$

O ângulo δ entre E'_d e U' é uma indicação da desfasagem devida à carga da máquina.

$$T''_{do} = T'' \cdot x'_d / x''_d \quad \text{e} \quad T''_{qo} = T''_q \cdot x_q / x''_q \qquad (3)$$

são as constantes de tempo do funcionamento «em vazio» do enrolamento amortecedor. Todas as outras grandezas que figuram em (2) e (3) foram detalhadamente descritas no artigo já citado [3].

O primeiro e o segundo membro de M dependem do ângulo δ. Representam, no conjunto, o binário síncrono, porque tendem a levar a roda polar ao estado de sincronismo da marcha em vazio, em que o vector E'_d está em fase com o vector U'. O primeiro membro depende, pelo factor E'_d da excitação da roda polar e pode ser um pouco reforçado por excitação de choque. Voltaremos a este assunto mais adiante. O segundo membro M_r depende da tensão U'. Ele deve a sua existência à desigualdade das relutâncias magnéticas nos eixos longitudinal e transversal (de facto se fosse $x'_d = x_q$ o segundo membro seria nulo), de modo que é muitas vezes designado por «binário de relutância».

O terceiro membro M_d representa o binário do amortecedor. Como no caso dum motor de indução, este binário provém das correntes que são induzidas no enrolamento amortecedor em seguida ao afastamento entre a velocidade do campo girante e a do rotor. Este afastamento é medido pelo deslizamento s. Na equação (2), o binário é contado positivamente para as velocidades acima da velocidade síncrona, isto é, contràriamente à teoria habitual do motor de indução. A sua expressão na equação (2) é uma aproximação para pequenos valores do deslizamento, o que é suficiente para o estudo da estabilidade. A variação total do binário M_d é análoga à do motor de indução. A fig. 3 mostra alguns exemplos para amortecedores mais ou menos eficazes.

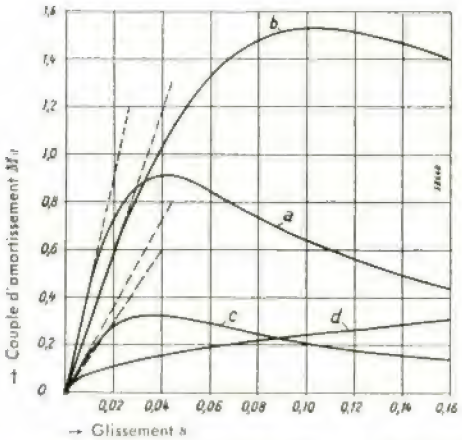


Fig. 3 — Binários de amortecimento de máquinas com enrolamento amortecedor de disposição diferente.

Curva a: *Alternador de 40 MVA, 500 r. p. m.; enrolamento amortecedor completo, grande secção, reactâncias elevadas*

Curva b: *Alternador de 26 MVA, 68 r. p. m.; enrolamento amortecedor completo, pequena secção, reactâncias pequenas*

Curva c: *Alternador de 18 MVA, 500 r. p. m.; grelhas polares, grande secção, reactâncias elevadas*

Curva d: *Alternador de 37,5 MVA, 500 r. p. m.; polos maciços, reactâncias moderadas.*

As máquinas *a* e *b* estão munidas de enrolamentos amortecedores completos. Para *a*, a secção de cobre é grande; obtém-se assim uma tangente inicial muito elevada. Todavia, as reactâncias são também bastante elevadas, de modo que o binário máximo tem um valor moderado. Na máquina *b*, a secção de cobre é mais pequena, donde uma tangente inicial menos elevada, mas o binário máximo é bastante maior porque as reactâncias são menores. A máquina *c* possui grelhas polares de secção moderada. A tangente inicial e o binário máximo são nìtidamente mais pequenos. A curva *c* indica, a título de comparação, o binário de amortecimento medido numa máquina de polos maciços de aço. Neste caso não existe binário máximo porque, enquanto a frequência de deslizamento aumenta o seu efeito peculiar, diminui constantemente a espessura da camada que conduz a corrente à superfície dos pólos (efeito de pele), de modo que a resistência aumenta. A inclinação da tangente inicial é mais ou menos a mesma que no caso da máquina com grelhas polares.

6. Equação do movimento da roda polar

Ao dar-se a avaria, o binário é sempre menor do que em regime não perturbado. O binário da turbina, pelo contrário, conserva o seu valor correspondente à potência fornecida anteriormente à avaria. O regulador da turbina não actua senão 2 s depois, aproximadamente; pode-se então desprezá-lo. O binário de accionamento acelera a roda polar e o ângulo δ começa a aumentar. O movimento tem lugar segundo a equação

$$\frac{H}{\pi f_n} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} + M = M_o \qquad (4)$$

em que H é a constante de inércia [3] e f_n a frequência nominal da rede, em H_z. M e M_o são relacionados com o binário que corresponde à potência aparente nominal.

Precisando melhor, o binário da turbina não é constante, mas depende ligeiramente da velocidade de rotação. Diminui quando a velocidade aumenta. Resulta um ligeiro afastamento que actua exactamente como o binário de amortecimento e que se soma então a este. Este afastamente é da ordem de 1,2 a 1,5 para as turbinas hidráulicas. O valor máximo corresponde a turbinas de pequena velocidade específica (turbinas Pelton e Francis lenta) e o mínimo a turbinas de grande velocidade específica (turbinas Francis rápida, Kaplan e de hélice) [7]. Também nas turbinas a vapor se produz um afastamento, muito próximo de 1.

7. Exemplo numérico

Para mostrar a importância que apresentam os diferentes factores que afectam a estabilidade, aplicaremos, no que se segue, valores numéricos determinados. Admitamos que a central tem uma potência instalada de 400 MVA e que as constantes dos alternadores são as seguintes [3]:

$$x_d = 0{,}944 \qquad x_q = 0{,}661 \qquad x'_d = 0{,}367$$

$$x''_d = 0{,}233 \qquad x''_q = 0{,}228$$

$$T'_{do} = 4{,}42 \text{ s} \qquad T'_d = 1{,}72 \text{ s} \qquad T''_d = 57{,}3 \text{ ms}$$

$$T''_q = 77{,}5 \text{ ms} \qquad H = 2{,}50 \text{ kWs/kVA}$$

Trata-se de valores típicos para alternadores modernos de grande potência, accionados por turbinas hidráulicas, com enrolamento amortecedor com uma secção de cobre relativamente grande. A excitatriz está amplamente dimensionada e prevista por uma excitação de choque rápida. As suas principais características são: $T_{eo} = 0{,}5$ s, $U_{f\,máx} / U_{fn} = 2{,}2$, o que corresponde a uma velocidade nominal de excitação de 3,5. A reactância de curto-circuito dos transformadores supõe-se ser $x_t = 0{,}120$. A linha dupla tem um com-

TÊMPERA SUPERFICIAL POR INDUÇÃO

Os eixos temperados por indução são perfeitamente desempenados, com almas resistentes e livres de incrustações.

A têmpera poderá ser aplicada em qualquer área parcial que se deseje e tão profunda quanto for necessária - a um ritmo de produção de centenas de peças por hora.

Os fornos «BIRLEC» para têmpera superficial por indução podem tratar, pràticamente, todos os tipos de eixos — compridos, curtos, lisos, entalhados, assim como engrenagens, etc., sendo a uniformidade da têmpera assegurada por controles automáticos.

BIRLEC BIRLEC **LIMITED**

BIRMINGHAM — Inglaterra

Peça detalhes aos Agentes para Portugal:

AHLERS, LINDLEY, L.DA

Rua Ferregial de Baixo, 33-2.º
LISBOA
Telef. 21321/4 (4 linhas)

Palácio do Atlântico, 408
Praça D. João I
PORTO — Telef. 31414/5

GOODYEAR

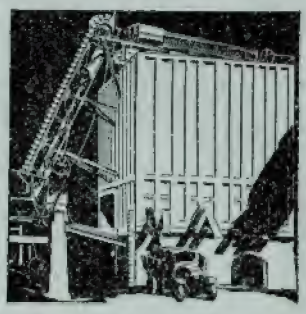
UMA QUALIDADE ESPECIAL PARA CADA SERVIÇO DISTINTO

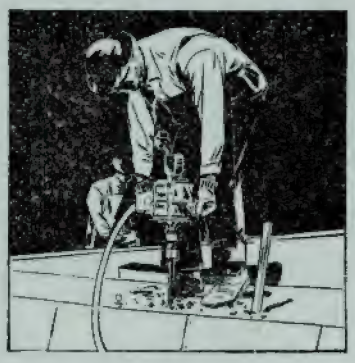
MANGUEIRAS

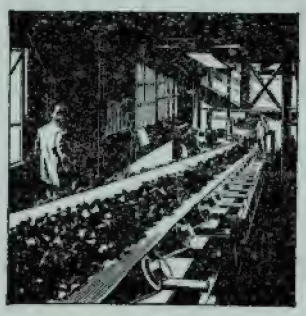
para:

Acetilene
Ácidos e suas soluções
Água — Aquecimento
Ar — Aviação
Caminhos de ferro
Cerveja e vinhos
Dissolventes — Destilações
Fábricas de papel
Ferramentas pneumáticas
Gases — Gasolina
Lavagem de automóveis
Minas — Óleos — Oxigénio
Petróleo — Refrigeração
Produtos químicos
Serviços agrícolas
» de dragas
» de incêndios
» de jardins
» de regas
» sanitários
Soldagem — Vapor
Tintas — Lacas — Vernizes
etc., etc., etc.

Todos os líquidos
Todos os gases







CORREIAS

para:

Agricultura
Altas velocidades
Elevação de materiais
Grandes potências
Indústria em geral
Indústria têxtil
Serviços de minas
Transmissões difíceis
Transporte de materiais

CORREÕES SEM-FIM
THOR
para debulha e tractores

CORREIAS SEM-FIM
COMPASS
inextensíveis, para centrais e pequenos tambores

CORREIAS MÚLTIPLAS
TRAPEZOIDAIS
etc., etc., etc.

Todas as velocidades
Todas as potências

PARA TODAS AS PRESSÕES E TODAS AS TEMPERATURAS

Distribuidores exclusivos: **CANELAS & FIGUEIREDO, L.DA**

Telef. 2 5058 / 2 4502 / 2 1729

R. dos Fanqueiros, 46 — LISBOA

Teleg. **CANELASCO**

primento de 250 km e é alimentada sob 220 kV. A sua reactância longitudinal é $wL = 49{,}1\ \Omega$ e a sua admitância transversal $wC = 1{,}46 \cdot 10^{-3}\ \Omega^{-1}$.

8. Influência do género de avaria sobre o binário

Para se ter uma indicação da influência do género de avaria sobre o valor do binário, apresentamos na tabela seguinte os valores de x_e e de U', assim como os valores máximos que resultam para as três componentes do binário. Admite-se $E'_d = 1{,}039$ e $M_o = 0{,}777$, correspondente a uma potência de 287 MW fornecida à rede, com $\cos \varphi_{cap} = 0{,}99$, antes do aparecimento da perturbação.

Para o binário de amortecimento, considerou-se a média de todas as desfasagens devidas à carga, para um deslizamento de 1 %. Esta tabela mostra nìtidamente a elevada diminuição dos binários, quanto maior é a gravidade da avaria, diminuição devida principalmente ao abaixamento da tensão U'. Poderia ter-se a impressão que os membros M_r e M_d são tão pequenos que não têm influência no binário total. Na realidade, o papel deles não é desprezável, porque o movimento só depende da diferença entre o binário M do alternador e o binário M_o da turbina.

	Serviço normal 2 linhas	1 linha	Curto-circuito unipolar	Curto-circuito bipolar	Ligação à terra acidental dupla	Curto-circuito tripolar
x_e	0,535	0,951	0,296	0,251	0,181	0,120
U'	1,037	1,037	0,437	0,325	0,151	0
$M_{e\,max}$ . .	1,194	0,816	0,685	0,547	0,287	0
$M_{r\,max}$ . .	0,147	0,075	0,044	0,028	0,007	0
$\overline{M}_d$ (s=0,01)	0,140	0,075	0,040	0,025	0,006	0

9. Desenvolvimento completo duma perturbação

A título de exemplo, consideraremos o desenvolvimento completo duma perturbação devida a uma dupla ligação acidental à terra. A linha perturbada é desligada após 0,15 s e religada depois dum tempo morto de 0,3 s. A queda de tensão após a avaria aparecer faz funcionar o relé de excitação de choque, que ajusta a excitação da excitatriz no valor máximo possível. Assim, E'_d não permanece constante mas aumenta um pouco. A figura 4 indica o movimento do vector $\overline{E}'_d$ em relação ao vector fixo $\overline{U}_n$ da tensão da rede. À esquerda, a potência fornecida antes da perturbação atingia 297 MW, à direita 314 MW; este último valor ultrapassa muito ligeiramente o limite de estabilidade, que seria exactamente de 310 MW. O movimento do vector $\overline{E}'_d$ representa também o movimento da roda polar.

Pode-se então tirar da fig. 4 o ângulo δ e a sua variação com o tempo, isto é, e o deslizamento s, relacionando-os em função do tempo; obtêm-se assim as curvas da fig. 5.

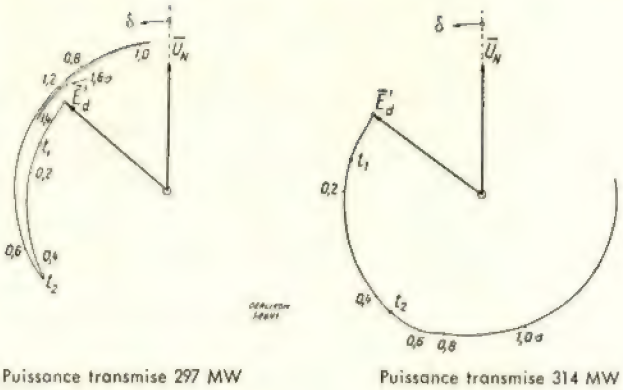


Fig. 4 — Estabilidade dum transporte sob 220 kV para uma linha dupla de 250 km de comprimento, no caso duma dupla ligação acidental à terra na proximidade da central
t_1 *Corte da linha perturbada*; $t_1 = 0{,}15$ *s*
t_2 *Religação*; $t_2 - t_1 = 0{,}3$ *s*

Conclusões ainda mais interessantes sobre a estabilidade obtêm-se tirando a partir das curvas da fig. 5 o deslizamento em função de δ, como indica a fig. 6 Nesta figura obtiveram-se não só as curvas do movimento da roda polar, para 297,310 e 314 MW mas também as curvas do limite de estabilidade. Estas curvas representam soluções particulares da equação do movimento, no estado seguinte à religação.

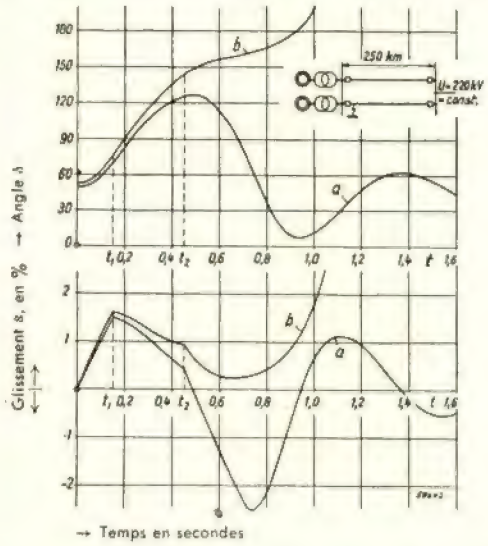


Fig. 5 — Desfasagem devida à carga e deslizamento
Curva a: *Potência transmitida 297 MW*
Curva b: *Potência transmitida 314 MW*

Além do ponto δ_o que corresponde ao regime estacionário antes da perturbação, um outro valor maior δ_s do ângulo corresponde a $M = M_o$, isto é, ao equilíbrio. No ponto δ_o o equilíbrio é estável, enquanto que é instável no ponto δ_s. O limite de estabilidade representa as soluções da equação do movimento para o

estado final, que passa pelo ponto δ_s. Dependendo δ_s um pouco de M_o, obtém-se uma outra curva limite para cada potência transmitida. Um movimento que comece à esquerda da curva limite, por exemplo o que tem lugar depois da religação com uma potência transmitida de 314 MW, não pode regressar ao ponto estável δ_o. É necessário por consequência seguir o movimento da roda polar durante os dois primeiros períodos da perturbação para saber se a estabilidade é mantida ou não.

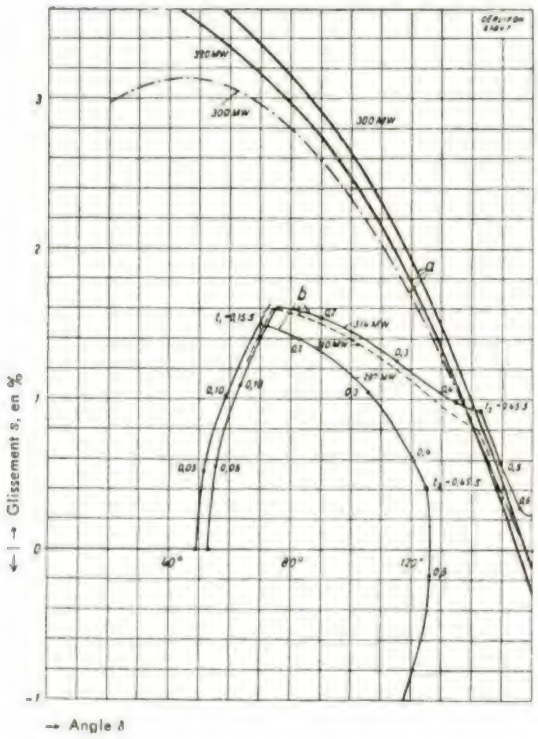


Fig. 6 — Limites de estabilidade e movimento da roda polar

a *Limites de estabilidade*
b *Movimento da roda polar no caso considerado*
— . — . — *Limite de estabilidade sem amortecedor*

A fig. 6 mostra muito nìtidamente a influência dos tempos de ligação e mais particularmente o papel essencial do intervalo de tempo até ao corte da avaria para o valor da potência que pode ser transmitida duma maneira estável. É necessário que este intervalo seja reduzido de um centésimo de segundo para que a potência seja aumentada de, aproximadamente, 10 MW. Uma diminuição do tempo morto até à religação é também útil, ainda que o seu papel seja menos importante.

O limite de estabilidade indicado a traço-ponto na fig. 6 para 300 MW, mas para alternadores sem amortecedor, mostra a influência do binário de amortecimento. No caso examinado, a potência limite baixa de 310 a 290 MW, aproximadamente, isto é, de 7 %.

10. Variação da potência, da corrente e da tensão durante a perturbação

A fig. 7 indica a variação da potência no veio do grupo de máquinas. A curva a traço interrompido corresponde à influência de $M_e + M_r$, enquanto que a diferença entre as curvas a traços contínuo e interrompido corresponde à influência de M_d. Como se vê, o amortecedor tem um papel importante, sobretudo durante o intervalo entre o corte e religação. Uma indicação deste facto é a área compreen-

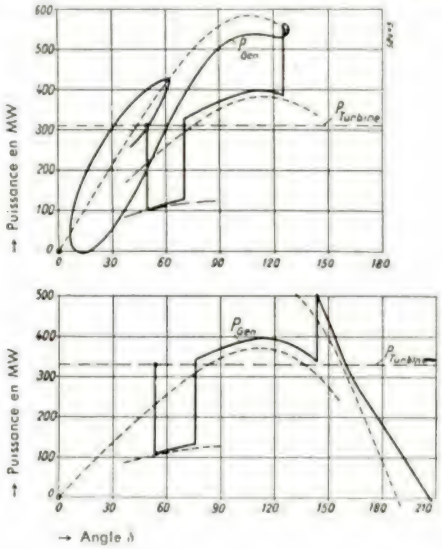


Fig. 7 — Variação da potência no veio do grupo de máquinas durante a perturbação.

—— *Potência eléctrica total*; - - - *Potência síncrona*

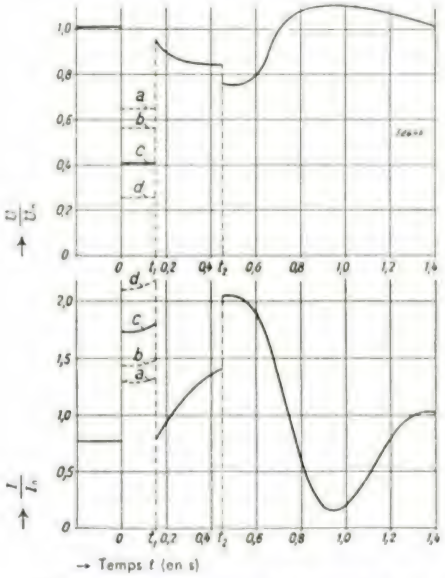


Fig. 8 — Variação da corrente e da tensão aos terminais dos alternadores durante a perturbação.

a *Curto-circuito unipolar* b *Curto-circuito bipolar*
c *Dupla terra acidental* c *Curto-circuito tripolar*

dida entre as curvas a traços contínuo e interrompido e a área compreendida entre esta última e a horizontal que representa a potência da turbina.

A figura 8 indica a variação da corrente e da tensão aos terminais dos alternadores. Consideram-se os valores correspondentes aos diferentes géneros de avarias para o intervalo de tempo que dura a avaria, enquanto que só se consideraram os correspondentes à dupla terra acidental depois de cortada a avaria.

O diagrama da tensão aos terminais mostra que esta tensão baixa sempre tão fortemente, durante a avaria, que isso faz funcionar um relé de excitação de choque. Depois de cortada a avaria, a tensão volta ràpidamente ao seu valor nominal e a excitação de choque é suprimida.

11. Andamento e influência da excitação

A fig. 9 mostra a variação da tensão de excitação U_f e da resultante variação da f. e. m. E'_d. U_f é a tensão aos terminais colectores da roda polar, isto é, também é a tensão do induzido da excitatriz principal. Está relacionada com a tensão U_{fn} do alternador em regime nominal. Depois do funcionamento do relé da excitação de choque, a sua variação só depende das características próprias da excitatriz (constante de tempo T_{eo} e tensão máxima U_{fmax}/U_{fn}). Como se disse, a exci-

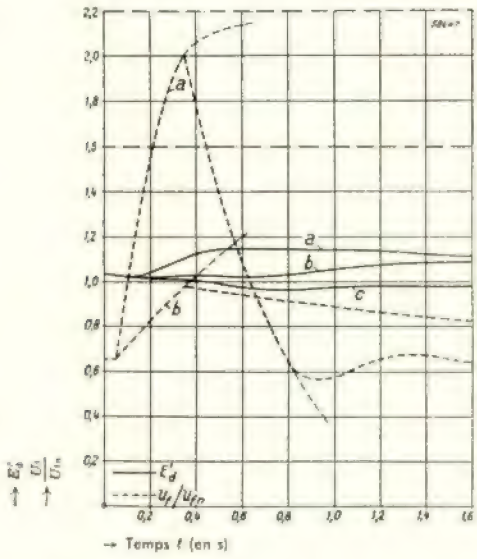


Fig. 9 — Variação da tensão da excitatriz e do fluxo indutor.

a *Excitação de choque por excitatriz especial (velocidade de excitação 3,5)*

b *Regulador normal com excitatriz normal (velocidade de excitação 0,85)*

c *Sem regulação*

tatriz prevista neste caso para uma excitação de choque eficaz é construída especialmente para este fim. Para permitir comparações, a fig. 9 indica também a variação de U_f e de E'_d que se produziria com uma excitatriz ordinária, sem dimensionamento especial (curvas *b*), assim como a variação de E'_d no caso duma excitação de valor constante (não regulada) da excitatriz principal. Constatar-se-á que E'_d aumenta aproximadamente de 10 % com a excitação de choque eficaz, durante o período mais importante para a estabilidade; com uma regulação ordinária, permanece mais ou menos constante e sem regulação diminui aproximadamente de 5 %. Com E'_d constante, o limite de estabilidade seria, para o nosso exemplo numérico, de aproximadamente 295 MW, em vez de 310 MW com a excitação de choque.

12. Possibilidades de melhorar a estabilidade

Depois do exame sumário do que se passa durante uma perturbação, indicaremos abreviadamente quais são as possibilidades de melhorar a estabilidade dinâmica.

Um meio eficaz, mas muito caro e portanto raramente aplicado, quando se trata de grandes potências, consiste em ligar resistências de carga para compensar a diminuição da potência na rede.

Uma redução das temporizações é também muito eficaz [8], mas está limitada, actualmente, por outras exigências postas aos disjuntores de grande potência. (O valor de 0,15s adoptado no exemplo numérico pode, já actualmente, ser bastante reduzido, mas não desejámos aplicar um valor extremo).

Todos os outrôs meios utilizados tendem a aumentar o binário indicado em (2). Uma redução das reactâncias actua favoràvelmente sobre todos os três membros do binário. As reactâncias dos alternadores podem ser diminuidas ligeiramente por meio duma concepção judiciosa dessas máquinas, mas uma diminuição muito grande só é possivel com um sobredimensionamento que aumenta o preço e o peso; é então necessário decidir em cada caso particular se essa diminuição se justifica do ponto de vista económico [8 e 9]. O acréscimo do momento de inércia, que resulta dum sobredimensionamento, é também favorável porque o deslizamento aumenta mais lentamente durante a perturbação. A reactância externa também pode ser reduzida duma maneira muito eficaz, mas muito cara aumentando o número de linhas em paralelo; em limites mais estreitos, mas mais económicos, podem-se também utilizar linhas com malhas fechadas e dispor condensadores em série. Estes condensadores devem todavia ser curto-circuitados durante a duração da perturbação, para sua própria segurança, de modo que deixam de actuar nesse espaço de tempo. A sua acção favorável provém de que a ligação entre a central e a rede é melhorada depois da religação, visto que as curvas limites na representação segundo a fig. 6 são bastante deslocadas para a direita e que o ângulo inicial δ_0 diminui para a mesma potência.

O membro M_e pode, por outro lado, ser aumentado por uma elevação de E'_d. Como se mostrou, a excitação de choque permite um ganho modesto mas não

desprezável. A despesa que ela acarreta é modesta em relação às despesas globais. Um meio mais eficaz, mas mais caro, consiste em elevar $E'd$ não passageiramente, mas duma maneira permanente compensando a corrente capacitiva das linhas de transporte de energia por meio de reactâncias, obtendo assim, já em regime normal, uma maior excitação dos alternadores.

A influência favorável do enrolamento amortecedor foi mencionada várias vezes. Este enrolamento só permite um melhoramento modesto, mas barato em relação às despesas globais. Além disso, o amortecedor apresenta uma série de outras vantagens, sobre as quais não insistiremos por não intervirem na questão da estabilidade.

13. Bibliografia

[1] *R. D. Evans e C. F. Wagner* : Symmetrical Components. McGraw-Hill Book Co., New York, 1933.

[2] *E. Clarke* : Circuit Analysis of A. C. Power Systems. Vol. 1 e 2. Wiley & Sons, New York, 1943/46.

[3] *Th. Laible* : Les réactances et autres constantes de la machine synchrone. Bulletin Oerlikon Nº 300 (1953), pág. 59-71.

[4] *S. B. Crary* : Power System Stability. Vol. 2. Wiley & Sons, New York, 1947.

[5] *C. Concordia* : Synchronous Machines, Theory and Performance. Wiley & Sons, New York, 1951.

[6] *Th. Laible* : Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb. Springer, Berlin, 1952.

[7] *H. Gerber* : Bulletin ASE 43 (1952), pág. 453-459.

[8] *B. G. Rathsman* : Bulletin ASE 45 (1954), pág. 570-578.

[9] *O. Hess* : CIGRE 1952, informação 135.

C. D. U. 624.5:512.831

Aplicação da teoria das matrizes ao cálculo das pontes

Pelo Prof. E. Egerváry

Membro da Academia de Ciências da Hungria
Departamento de Matemática, Universidade de Ciências da Construção, Budapeste

(Manuscrito recebido em 29 de Agosto de 1954)

Na teoria das pontes suspensas adopta-se geralmente o seguinte modelo [1]. Um cabo flexível e uma viga elástica encontram-se ligados por um número infinito de pendurais, tendo-se que determinar as tensões e as deformações nesta estrutura, quando uma distribuição arbitrária de cargas solicitar a viga. O tratamento matemático deste modelo conduz-nos a um sistema de equações diferenciais lineares não homogéneas de quarta ordem com coeficientes constantes, o qual pode ser integrado, utilizando a função de Green ou o desenvolvimento de Fourier.

Apesar do facto deste método não poder fornecer a tensão nos pendurais, cujo número é òbviamente sempre finito parece ser este o caminho mais apropriado para o tratamento matemático de uma ponte suspensa dum cabo flexível.

Pelo contrário, se a ponte se encontra suspensa duma cadeia, a hipótese dum cabo flexível e dum grande número de pendurais parece ser uma aproximação pouco satisfatória da realidade. É portanto natural perguntar-se se o método pode ser posto em termos finitos, de tal maneira que, em vez duma equação diferencial, só se tivesse para resolver um sistema de equações lineares.

Contudo, tal simplicação de teoria só será possível se abandonarmos a hipótese das sobrecargas distribuídas segundo uma função contínua e se as considerarmos concentradas nas extremidades inferiores dos pendurais. O princípio de Saint-Venant garante-nos então que a substituição da carga uniformemente distribuída pelas cargas concentradas estàticamente equivalentes nas extremidades dos pendurais dará uma aproximação suficiente da realidade.

Aceitando esta aproximação e usando a equação de Clapeyron na sua forma geral será na realidade possível desenvolver um método finito de cálculo para pontes suspensas de cadeias.

Este método reduzirá todo o problema à solução dum sistema homogéneo de equações lineares ou, o que é o mesmo, à inversão duma matriz cuja ordem será igual ao número de pendurais. Daqui podemos concluir que, por exemplo, no caso duma ponte com 50 pendurais, a solução pela via directa, calculando a matriz inversa, será muito laboriosa. Felizmente, a matriz que deve ser invertida vem a ser uma função racional da matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 \end{bmatrix}$$

cuja forma canónica (decomposição espectral) é conhecida.

Aplicando esta forma canónica e algumas bem conhecidas proposições da teoria das matrizes, chegaremos automàticamente ao desenvolvimento em série de Fourier da solução das equações lineares acima mencionadas.

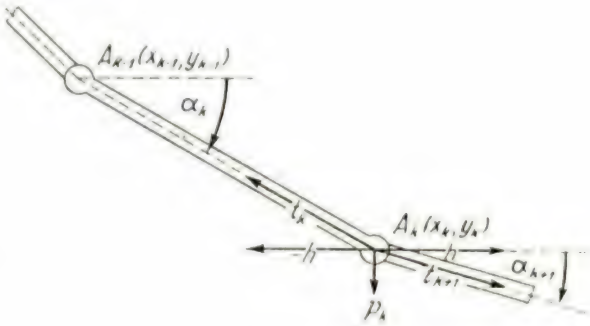


Fig. 1

Usando a solução sob esta forma as tensões e deformações da ponte podem ser calculadas sem muito trabalho com o auxílio da máquina de calcular.

I. Relação entre a deformação de uma cadeia e as forças verticais que actuam nas suas juntas

Consideremos a cadeia $A_0 A_1 \ldots A_n$ que consiste em n barras rectas rígidas $A_k A_{k+1}$ que estão num plano vertical.

Representemos por α_{k+1} o ângulo entre a barra $A_k A_{k+1}$ e Ox e façamos actuar as forças verticais p_k nas articulações A_k $(k = 1, 2, \ldots n-1)$ seja t_{k+1} a tensão na barra $A_k A_{km}$.

As condições de equilíbrio para a articulação A_k $(k = 1,2 \ldots m-1)$ são:

$$t_{k+1} \operatorname{sen} \alpha_{k+1} - t_k \operatorname{sen} \alpha_k = -p_k ;$$

$$t_{k+1} \cos \alpha_{k+1} - t_k \cos \alpha_k = 0 \qquad (1)$$

Portanto:

$$t_k \cos \alpha_k = h = \text{const} ; \; t_k = \frac{h}{\cos \alpha_k} \qquad (2)$$

Substituindo esta condição em (1) temos

$$h \, (\operatorname{tg} \alpha_{k+1} - \operatorname{tg} \alpha_k) = -p_k) \qquad (3)$$

ou

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{y_k - y_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} = \frac{-p_k}{h} \qquad (4)$$

onde x_k y_k representam as coordenadas de A_k.

Suponhamos agora que

$$x_{k+1} - x_k = l = \text{const} \; (k = 1, 2, \ldots n-1)$$

Temos então

$$\frac{y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1}}{l} = \frac{p_k}{h} \qquad (5)$$

Isto significa que, se na configuração de equilíbrio, as forças verticais p_k são equidistantes, serão proporcionais às diferenças segundas $\Delta^2 y$ das ordenadas das articulações.

Suponhamos que os pontos extremos A_0 e A_n da cadeia estão no eixo dos xx. Então temos $y_0 = y_n = 0$ e as equações (5) tomam a forma

$$\begin{aligned} -2y_1 + y_2 &= -\frac{l}{h} p_1 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 &= -\frac{l}{h} p_2 \\ y_2 - 2y_3 + y_4 &= -\frac{l}{h} p_3 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{n-2} - 2y_{n-1} &= -\frac{l}{h} p_{n-1} \end{aligned} \qquad (6)$$

Introduzindo as matrizes

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \ldots & 0 \\ -1 & 2 & -1 \ldots & 0 \\ 0 & -1 & 2 \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 \ldots & 2 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_{n1} \end{bmatrix} \qquad (7)$$

as equações podem ser escritas sob a forma

$$C\,y = \frac{l}{h} p \qquad (8)$$

A matriz C é não singular, consequentemente podemos deduzir de (8) a equação

$$y = \frac{l}{h} C^{-1} p \qquad (9)$$

que dá a ordenada y_k das juntas como funções explícitas das forças verticais p_k.

Em particular, se todas as forças p_k são iguais ao valor comum p, as coordenadas das articulações satisfazem à equação da parábola

$$y = \frac{p}{h} \frac{x(nl - x)}{2l} \; ; \; y_k = \frac{p}{h} \frac{k(n-k)}{2} l . \qquad (10)$$

Neste caso a carga p, a tensão horizontal h e a inclinação da primeira barra encontram-se relacionadas pela equação

$$h = \frac{n-1}{2} \frac{l}{y_1} p \qquad (-)$$

e os pontos mais baixos da cadeia têm a ordenada (s)

$$y_{max} = \frac{p}{h} \frac{n^2}{8} l \quad \text{para } n \text{ par} \qquad (-)$$

$$y_{max} = \frac{p}{h} \frac{n^2 - 1}{8} l \quad \text{para } n \text{ ímpar} \qquad (-)$$

II. Relação entre a deformação de uma viga e as forças transversais que nela actuam

Consideremos uma viga recta uniforme suspensa nos seus extremos $(x_0, 0)$, $(x_n, 0)$ e carregada nos pontos $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, $(x_3, 0) \ldots, (x_{n-1}, 0)$ pelas forças verticais $q_1, q_2, q_3, \ldots q_{n-1}$. Sob a acção destas forças os seus pontos de aplicação sofrem os deslocamentos transversais η_k, indo ocupar as posições de equilíbrio (x_k, η_k) $(k = 1, 2, \ldots n-1)$.

Queremos achar a relação entre as forças aplicadas q_k e os deslocamentos transversais η_k dos seus pontos de aplicação.

Para este fim, utilizamos as duas proposições seguintes, bem conhecidas da teoria da elasticidade.

α) Se os pontos $(x_k, 0)$ da viga são carregados por forças transversais q_k $(k=1, 2, \ldots n-1)$, os momen-

tos flectores μ_k nos pontos de aplicação são determinados pelas equações

$$-q_k = \frac{\mu_{k+1} - \mu_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{\mu_k - \mu_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} \qquad (1)$$

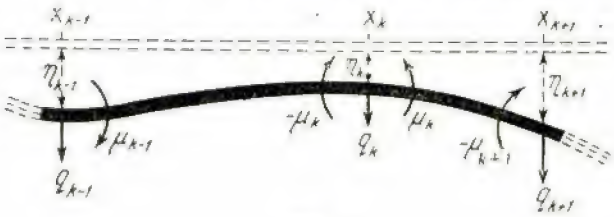


Fig. 2

β) Se os deslocamentos transversais η_K dos pontos (x_k, o) da viga são dados, os momentos flectores μ_k na secção x_k da viga são determinados pela equação

$$\frac{\eta_{k+1} - \eta_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{\eta_k - \eta_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} = \frac{-1}{6EJ} \cdot \left\{ \mu_{k+1}(x_{k+1} - x_k) + 2\mu_k(x_{k+1} - x_{k-1}) + \mu_{k+1}(x_k - x_{k-1}) \right\} \qquad (2)$$

Eliminando das equações (1) e (2) os momentos flectores μ_k obtemos a relação pedida entre as forças q_k e os deslocamentos η.

Esta eliminação pode ser feita com mais facilidade com a ajuda duma matriz. Além disso, na teoria das pontes suspensas necessitamos sòmente de formas particularmente simples destas equações, correspondentes à subdivisão equidistante da viga. No nosso caso temos:

$$x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \ldots = x_n - x_{n-1} = l$$

e as equações (1) e (2) tomam a forma

$$\begin{aligned} +2\mu_1 - \mu_2 &= lq_1 & \mu_0 &= o \\ -\mu_1 + 2\mu_2 - \mu_3 &= lq_2 & & \\ \cdots\cdots & & & \\ -\mu_{n-2} + 2\mu_{n-1} &= lq_{n-1} & \mu_n &= o \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} +2\eta_1 - \eta_2 &= \frac{l^2}{6EJ}(4\mu_1 + \mu_2) \\ -\eta_1 + 2\eta_2 - \eta_3 &= \frac{l^2}{6EJ}(\mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3) \\ \cdots\cdots & \\ -\eta_{n-2} + 2\eta_{n-1} &= \frac{l^2}{6EJ}(\mu_{n-2} + 4\mu_{n-1}) \end{aligned} \qquad (4)$$

Introduzindo as matrizes (I. 7) e

$$K = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_{n-1} \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_{n-2} \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-1} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

as equações (3) e (4) podem ser escritas como segue

$$\begin{aligned} C\mu &= lq \\ C\eta &= \frac{l^2}{EJ} K\mu \end{aligned} \qquad (6)$$

Como as matrizes C e K não são singulares a eliminação de μ pode ser imediatamente feita, conduzindo-nos às seguintes equações

$$q = \frac{EJ}{l^3} CK^{-1} C\eta$$

$$\eta = \frac{l^3}{EJ} C^{-1} KC^{-1} q$$

Estas equações fornecem-nos a relação explícita entre as forças transversais q_k e os deslocamentos transversais η_k.

III. Equação de equilíbrio da ponte suspensa e a sua matriz solução

Consideremos a estrutura da ponte como a combinação de uma cadeia e duma viga (Fig. 3). A característica peculiar desta combinação reside no facto de, ao passo que a deformação da viga tem de ser considerada pequena, o desvio da cadeia tem uma grandeza finita. Contudo se considerarmos — como habitualmente fazemos na análise de pontes suspensas — que a cadeia suporta o seu próprio peso, o peso das pendurais e o peso próprio da viga sem nesta provocar um afastamento da sua posição rectilínea, as deformações adicionais da cadeia e do tabuleiro devidas à sobrecarga são de pequena grandeza e podem ser calculadas por intermédio de equações lineares.

Usaremos as seguintes notações:

α) O número de barras é representado por n (número de juntas: n — 1); a distância entre dois pendurais consecutivo por l.

β) A carga permanente do sistema (cadeia, pendudural, tabuleiro) em cada pendural é igual a p; a sobrecarga no pendural da ordem i é q_i.

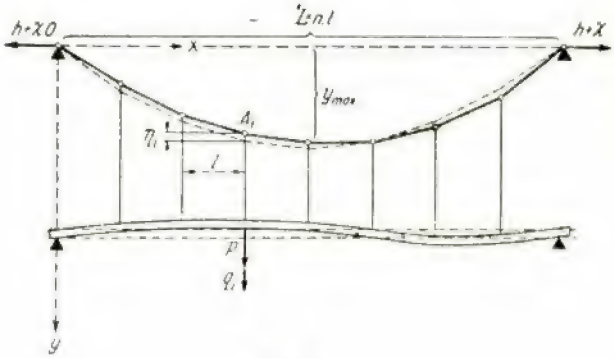


Fig. 3

γ) A tensão horizontal na cadeia, quando carregada sòmente pela carga permanente, é representada por h; a tensão adicional produzida pela aplicação da sobrecarga é χ. A forma da cadeia correspondente à condição inicial de carga é dada pelas coordenadas das juntas da cadeia:

$$x_k = kl, \quad y_k = \frac{p}{h} \frac{k(n-k)}{2} l, \quad (k = 1, 2, \ldots n-1)$$

(sendo consideradas positivas abaixo da linha horizontal que une os pontos extremos da cadeia). Representamos por η_k os deslocamentos verticais adicionais das articulações, devidos à sobrecarga. Suporemos que a deformação elástica dos pendurais pode ser desprezada e que os deslocamentos verticais do tabuleiro no ponto x_k são iguais aos deslocamentos verticais da articulação de ordem k da cadeia. Isto implica, além da hipótese de os pendurais serem rígidos, o desprezo dos deslocamentos horizontais das articulações da cadeia.

δ) O momento de inércia da secção transversal do tabuleiro supõe-se constante e igual a ν, o módulo de Young é representado por E. Consideramos uma cadeia com n barras estendida entre os pontos (o,o) e (n l, o) e uma viga suspensa em (o, m) e (n l, m).

A equação de recorrência que dá a forma da cadeia na condição inicial de carga é, de acordo com (I . 5),

$$\frac{y_{k+1} - 2\,y_k + y_{k-1}}{l} = \frac{p}{h} \quad (k = 1, 2, \ldots, n-1) \qquad (1)$$

sendo as condições limites

$$y_o = o\,; \quad y_n = o \qquad (2)$$

A equação (1) e as condições limites (2) podem ser unidas na equação matricial

$$C\,\frac{y}{l} = \frac{p}{h}\,e\,, \qquad (3)$$

onde C e y representam as matrizes (I . 7) introduzidas na secção I e e representa uma matriz só com uma coluna, cujos elementos são todos iguais a 1.

Se juntarmos as sobrecargas $q_1, q_2, \ldots q_{n-1}$, as fracções $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \ldots \bar{q}_{n-1}$ destas sobrecargas são suportadas pela cadeia, enquanto as sobrecargas $q_k - \bar{q}_k$ são absorvidas pela resistência à flexão do tabuleiro.

A tensão horizontal da cadeia aumentará para $h + \chi$ e os deslocamentos η_k serão adicionados às ordenadas y_k. Assim a condição de equilíbrio da cadeia sob a acção da sobrecarga será expressa pela equação

$$C\,\frac{y + \eta}{l} = \frac{p\,e + \bar{q}}{h + \chi} \qquad (4)$$

Por outro lado, a equação de equilíbrio da viga sob a forma matricial é de acordo com (II . 8):

$$\frac{EJ}{l^3}\,CK^{-1}\,C\eta = q - \bar{q} \qquad (5)$$

ou sob a forma adimensional

$$\frac{EJ}{l^2 h}\,CK^{-1}\,C\,\frac{\eta}{l} = \frac{q - \bar{q}}{h} \qquad (6)$$

Três quantidades desconhecidas ocorrem nas equações (4) e (6), os dois vectores η e $\bar{q}$ e o parâmetro χ.

Suponhamos primeiro que χ é conhecido. Então, por substituição de $\bar{q}$ da equação (4) na equação (6) obtemos

$$\frac{EJ}{l^2 h}\,CK^{-1}\,C\,\frac{\eta}{l} + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) C\,\frac{y + \eta}{l} = \frac{q + p\,e}{h} \qquad (7)$$

Considerando a equação (3), isto reduz-se a:

$$\left\{\frac{EJ}{l^2 h}\,CK^{-1}\,C + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) C\right\}\frac{\eta}{l} = \frac{p}{h}\left(\frac{q}{p} - \frac{\chi}{h}\right) e$$

Esta é a equação fundamental da teoria das pontes pênseis de cadeia. As quantidades que ocorrem em (8) estão agrupadas de tal maneira que cada termo é adimensional. Vê-se daqui que as quantidades adimensionais

$$\frac{EJ}{l^2} \quad e \quad \frac{p}{h}$$

são os parâmetros característicos da ponte descarregada [5].

Como a matriz que se encontra entre chavetas no 1.º membro da equação (8) é não singular, a equação fundamental pode tomar imediatamente a forma

$$\eta = \frac{lp}{h}\left\{\frac{EJ}{l^2 h}\,CK^{-1}\,C + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) C\right\}^{-1}\left(\frac{q}{p} - \frac{\chi}{h}\,e\right) \qquad (9)$$

Esta equação fornece os deslocamentos verticais das pendurais uma vez conhecida a tensão adicional χ, na cadeia.

Com estes valores η_k dos deslocamentos, os momentos flectores μ_k actuando nas secções χ_k da viga podem ser calculadas, recorrendo a (II-7) sob a forma

$$\mu = \frac{EJ}{l^2}\,K^{-1}\,C\eta = lp\left\{C + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right)\frac{hl^2}{FJ}\,K\right\}^{-1}\left(\frac{q}{p} - \frac{\chi}{h}\,e\right) \qquad (10)$$

Estas expressões (9) e (10) dão a valores exactos e explícitos das deformações e dos momentos flectores para uma distribuição arbitrária da sobrecarga. Contudo, como fizemos notar na introdução, o cálculo da matriz inversa

$$R = \left\{\frac{EJ}{l^2 h}\,CK^{-1}\,C + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) C\right\}^{-1} \qquad (11)$$

que ocorre em (9) é tão trabalhoso para um grande número de pendurais, que a solução sob a forma (9) é bastante inconveniente na prática.

Com o fim de pôr os resultados sob uma forma praticável, daremos às matrizes que aparecem em (9) e 10 as suas formas canónicas.

Devido à circunstância feliz de ser a matriz K uma função linear de C, resulta que a forma canónica da matriz resolvente (11) exige cálculos relativamente simples e fornece automàticamente o desenvolvimento de Fourier da solução.

IV. **Cálculo da tensão adicional no cabo**

Consideramos dois casos. No primeiro supomos que a cadeia é inextensível e no segundo, admitimos um certo módulo de elasticidade E e um coeficiente de dilatação β da cadeia.

O comprimento l_k do troço de ordem k no estado inicial é dado pela equação

$$l_k^2 = (x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2$$

e em seguida os deslocamentos (ξ_k, η_k) por

$$(l_k + \Delta l_k)^2 = (x_k + \xi_k - x_{k-1} - \xi_{k-1})^2 + \\ + (y_k + \eta_k - y_{k-1} - \eta_{k-1})^2 .$$

Desprezando os quadrados e os produtos de pequenas quantidades chegaremos a

$$l_k \Delta l_k = (x_k - x_{k-1})(\xi_k - \xi_{k-1}) + \\ + y_k - y_{k-1})\, \eta_k - \eta_{k-1}) . \qquad (11)$$

Para um cabo inextensível temos $\Delta l = 0$.

Substituindo $x_k - x_{k-1}$ pela distância l de dois pendurais consecutivos e considerando o somatório das equações (1) obtemos neste caso

$$\sum_{k=1}^{n} l_k \Delta l_k = \sum_{k=1}^{n} (\xi_k - \xi_{k-1}) + \\ + \sum_{k=1}^{n} (y_k - y_{k-1})(\eta_k - \eta_{k-1}) = 0$$

Os pontos extremos do cabo são fixos,

$$\xi_0 = \xi_n = 0 \quad , \quad \eta_0 = \eta_n = 0 , \text{ logo}$$

$$\sum_{k=1}^{n} (\xi_k - \xi_{k-1}) = 0 \text{ e, consequentemente,}$$

$$\sum_{k=1}^{n} (y_k - y_{k-1})(\eta_k - \eta_{k-1}) = \\ = - \sum_{k=1}^{n-1} (y_{k+1} - 2\, y_k + y_{k-1})\, y_k = 0 \qquad (2)$$

Todavia, nas condições iniciais de carga temos, recorrendo a (I. 10)

$$y_{k+1} - 2\, y_k + y_{k-1} = C.^{te} \neq 0$$

e assim, no caso dum cabo inextensível o somatório os deslocamentos verticais η_k deve ser igual a 0:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \eta_k = 0$$

ou, sob a forma matricial,

$$e^* \eta = 0 \qquad (3)$$

Introduzamos agora nesta equação o valor (III 9) de η. Obtemos

$$e^* R \left(\frac{q}{p} - \frac{\chi}{h} e \right) = 0 \qquad (4)$$

Esta equação é aparentemente linear em χ. Resolvendo-a, achamos para χ o seguinte valor:

$$\chi = \frac{h}{p} \frac{e^* Rq}{e^* Re} \qquad (5)$$

Porém, na realidade, trata-se duma equação algébrica de grau elevado em χ, porque χ está implícito também em R. Com o fim de obtermos uma primeira aproximação supomos:

$$1 + \frac{\chi}{h} \simeq 1$$

em R, desprezando χ em face de h. Então, calculamos χ a partir de (5) e, se necessário, corrigirmos R e repetimos o cálculo.

Se a cadeia é extensível, a dilatação relativa do troço de ordem k sob a acção da tensão horizontal adicional H e do aumento de temperatura é dada por

$$\frac{\Delta l_k}{l_k} = \frac{\chi}{EQ} \frac{l_k}{l} + \beta \upsilon \qquad (6)$$

Q representa aqui a área da secção transversal da cadeia e $\chi \frac{l_k}{l}$ é a tensão adicional total do troço de ordem k.

Substituindo na equação (1) obtemos

$$\frac{\chi}{EQ} \Sigma \left(\frac{l_k}{l} \right)^3 + \beta \upsilon \Sigma \left(\frac{l_k}{l} \right)^2 = \\ = \frac{p}{h\, l} \Sigma \eta_k = \frac{p}{h\, l} e^* \eta . \qquad (7)$$

usando o valor (III. 9) de η, obtemos outra vez uma equação da qual χ pode ser calculado aproximadamente como acima.

V. **O desenvolvimento de Fourier da solução**

A matriz resolvente R, em (III. 9), é uma função racional das matrizes I e K. Mas $K = E - \frac{1}{6} C$, e, portanto, R é uma função racional de C:

$$R = \varphi(C) ; \quad \varphi(x) = \frac{1 - \frac{x}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} x^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) x \left(1 - \frac{x}{6}\right)}$$

TELEFONE
710619 PPC
END. TEL.
EMECIL
CÓDIGOS
A. B. C.
5.ª EDIÇÃO
BENTLEY'S

EMPREENDIMENTOS

MECÂNO-CIVIS, L.DA

RUA SOARES DOS REIS, 46 a 76 e RUA DA RASA, 59 a 71

VILA NOVA DE GAIA (Portugal)

ALGUMAS OBRAS EXECUTADAS:

— Grade de vedação em ferro forjado do Hospital Escolar de Lisboa;

— Serralharias especiais do Hospital Escolar do Porto: portões da Entrada Principal e da Faculdade de Medicina, portas electro-comandadas dos Serviços de Urgência e de Doentes, janelões duplos do Bloco Operatório e Sala de Operações das Clínicas Especiais;

— Caixilharia em liga especial de alumínio na cúpula da Nave Central do Palácio de Cristal no Porto;

— Caixilharia em perfis especiais de ferro, para o Centro Militar da Amadora;

— Caixilharia para o Laboratório de Ensaios da Secil, no Outão;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes nas Filiais e Agências da Caixa Geral de Depósitos Crédito e Previdência;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes para os Serviços de Finanças de Luanda;

— Fornecimento de cofres-fortes especiais para os Arquivos da Casa da Moeda;

— Fornecimento e montagem de queimadores de óleos para as cosinhas dos Regimentos de Artilharia 2, em Coimbra e de Infantaria em Leiria;

— Fornecimento e montagem de queimadores de óleos para os auto-claves do Hospital-Colónia Rovisco Pais;

— Caixilharia em perfis especiais de ferro e portas metálicas no Hospital da Marinha;

— Fornecimento e montagem de máquinas para a padaria na obra da Barragem do Picote-Hidroeléctrica do Douro.

— Fornecimento e montagem de uma báscula para 30 toneladas nos Estaleiros da Barragem da Bouçã;

— Fornecimento e montagem de portas-fortes especiais para os Arquivos da Câmara Municipal do Porto.

COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

S. A. R. L.

FÁBRICA DE CARBONETO DE CÁLCIO E FERRO-LIGAS

Carboneto de Cálcio, Ferro, Ferro-Silício, Ferro-Manganês e Estanho

FÁBRICA DE CIANAMIDA CÁLCICA

Instalações Fabris
Canas de Senhorim
Telef. 6 7 2 2 2

Sede — Lisboa
Largo do Directório, 4, 2.°
Telef. 2 5 3 4 3

Por outro lado, é sabido que a forma canónica da matriz C é [6]

$$C = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k \, \mu_k \, \mu^*_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n-1} \left(4 \operatorname{sen}^2 \frac{k\pi}{2n}\right) \frac{2}{n} \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \frac{k\pi}{n} \\ \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \operatorname{sen} \frac{(n-1)k\pi}{n} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \left[\operatorname{sen} \frac{k\pi}{n}, \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{n}, \ldots \operatorname{sen} \frac{(n-1)k\pi}{n}\right].$$

Sabe-se além disso [7], que qualquer função racional φ (C) de C tem a forma canónica

$$\varphi(C) = \sum_{k=1}^{n-1} \varphi(\lambda_k) \, \mu_k \, \mu^*_k .$$

A aplicação destes teoremas fornece a matriz resolvente R sob a seguinte forma canónica

$$R = \frac{E - \frac{1}{6} C}{\frac{EJ}{l^2 h} C^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) C \left(E - \frac{1}{6} C\right)} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6}\right)} \mu_k \, \mu^*_k \qquad (1)$$

e, introduzindo em (III. 9), obtemos:

$$\eta = l \frac{p}{h} \sum_{k=1}^{n=1} \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6}\right)} u_k$$

$$\left(\frac{\mu^*_k \, q}{p} - \frac{\chi}{h} u^*_k \, e\right). \qquad (2)$$

Òbviamente, esta expressão só pode ser aplicada depois do cálculo preliminar do valor aproximado da tensão adicional χ, por intermédio da equação

$$e^* \eta = \sum_{n=1}^{n-1} \varphi_0(\lambda_k) (e^* u_k) \left(\frac{u^*_k \, q}{p} - \frac{\chi}{h} u^*_k \, e\right) = 0, \qquad (3)$$

onde φ_0 (λ) significa o valor de φ (λ) para $\chi = 0$.

Tomando em consideração que

$$e^* u_{2k} = 0, \; e^* u_{2k+1} = \sqrt{\frac{2}{n}} \operatorname{ctg}\left(\frac{2k+1}{2} \frac{\pi}{n}\right),$$

obtemos

$$\chi = \frac{h}{p} \frac{\Sigma \varphi_0 (\lambda_{2k+1}) (\mu^*_{2k+1} q) (u^*_{2k+1} e)}{\Sigma \varphi_0 (\lambda_{2k+1}) (\mu^*_{2k+1} e)^2}$$

Substituindo este valor de χ na equação (2), podemos avaliar os déslocamentos verticais η_k e, depois — usando a equação (III.10) — os momentos flectores μ_k.

VI. **Ordenação dos cálculos numéricos**

Em primeiro lugar calculam-se as seguintes quantidades:

1. Os valores numéricos de $\frac{EJ}{h\,l^2}$ (coeficiente de rigidez da ponte); $\frac{p}{h}$ (coeficiente geométrico da ponte);

$\lambda_k = 4 \operatorname{sen}^2 \frac{k\pi}{2n}$;

$$u^*_k = \sqrt{\frac{2}{n}} \left[\operatorname{sen} \frac{k\pi}{n}, \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{n}, \ldots \operatorname{sen} \frac{(n-1)k\pi}{n}\right],$$

$$(k = 1, 2 \ldots n-1)$$

2. Os coeficientes de Fourier da distribuição arbitrária de cargas dada $q^* = [q_1, q_2, \ldots q\, n-1]$.

$$q^* u_k = \sqrt{\frac{2}{n}} \sum_{\nu=1}^{n-1} q_\nu \operatorname{sen} \frac{\nu k\pi}{n}.$$

3. Os coeficientes de Fourier da distribuição uniforme da carga

$$e^* u_k = \sqrt{\frac{2}{n}} \sum_{\nu=1}^{n-1} \operatorname{sen} \frac{\nu k\pi}{n} = \begin{cases} 0, \text{ para k por} \\ \sqrt{\frac{2}{n}} \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{2n}, \text{ para k ímpar} \end{cases}$$

4. Os valores de φ_0 (λ) para $\lambda_k = 4 \operatorname{sen}^2 \frac{k\pi}{n}$

$$\varphi_0(\lambda_k) = \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6}\right)},$$

A tensão adicional χ pode ser agora determinada por meio das equações (V. 4).

Substituindo este valor de χ em φ (λ), podemos calcular os valores de φ (λ_k).

Finalmente, formam-se os produtos

$$\Lambda_k = l \varphi(\lambda_k) \left(\frac{u^*_k \, q}{h} - \frac{p\chi}{h^2} u^*_k \, e\right). ; (k = 1, 2, \ldots n-1),$$

e estes números Λ_k são já os coeficientes de Founier da distribuição de deslocamentos

$$\eta^* = [\eta_1, \eta_2 \ldots \eta_{n-1}]$$

As expressões correspondentes dos momentos flectores μ_k podem ser deduzido duma maneira semelhante.

Tirado da «Acta Technica Academiæ Scientiarum Hungaricæ» Budapeste — 1955.

C. D. U. 624.072.333

Arrumação do cálculo no método de Gehler

Adaptação do artigo «Solution des Portiques Continus»

Por I. Toth

Construction, n.º 5 — Maio 1955

O artigo começa pela exposição dum método que é afinal o nosso já conhecido método de Gehler.

Terá talvez interesse a maneira como é arrumado o cálculo na resolução do sistema. Trancrevo essa última parte.

Solução das equações

$$
\begin{aligned}
r_1\,\omega_1 + l_1\,\omega_2 \qquad\qquad\qquad\qquad &= m_1\\
l_1\,\omega_1 + r_2\,\omega_2 + l_2\,\omega_3 \qquad\qquad &= m_2\\
l_2\,\omega_2 + r_3\,\omega_3 + l_3\,\omega_4 \qquad &= m_3\\
l_3\,\omega_3 + r_4\,\omega_4 + l_4\,\omega_5 &= m_4\\
l_4\,\omega_4 + r_5\,\omega_5 &= m_5
\end{aligned}
$$

A solução que propomos consiste em determinar o valor das incógnitas ω_1 a ω_5 sem proceder à resolução das equações 1 a 5.

O determinante principal das equações 1 a 5, escreve-se:

$$
\Delta_5 = \begin{vmatrix}
r_1 & l_1 & & & \\
l_1 & r_2 & l_2 & & \\
 & l_2 & r_3 & l_3 & \\
 & & l_3 & r_4 & l_4\\
 & & & l_4 & r_5
\end{vmatrix}
$$

Chamando Δ_1, Δ_2, Δ_3 e Δ_4 aos menores indicados no determinante principal e λ_{1-5}, λ_{2-5}, λ_{3-5} e λ_{4-5} aos menores conjugados, podemos apresentar o Quadro I.

QUADRO I

N.º Índice	Valor de Δ	Valor de λ
1	r_1	r_5
2	$r_1\,r_2 - l^2_1 = R_1$	$r_4\,r_5 - l^2_4 = R_4$
3	$r_3\,R_1 - l^2_2\,r_1$	$r_3\,R_4 - l^2_3\,r_5$
4	$r_4\,\Delta_3 - l^2_3\,\Delta_2$	$r_2\,\lambda_{3-5} - l^2_2\,\lambda_{2-5}$
5	$r_5\,\Delta_4 - l^2_4\,\Delta_3$	

A solução das equações 1 a 5 resume-se no Quadro II, não esquecendo que se deve dividir por Δ_5 os coeficientes deste quadro.

QUADRO II

	m_1 ou $3\,h_1$	m_2 ou $3\,h_2$	m_3 ou $3\,h_3$	m_4 ou $3\,h_4$	m_5 ou $3\,h_5$
ω_1	λ_4	$-\,l_1\,\lambda_3$	$l_{1-2}\,\lambda_2$	$-\,l_{1-3}\,\lambda_1$	l_{1-4}
ω_2	$-\,l_1\,\lambda_3$	$\lambda_3\,\Delta_4$	$-\,l_2\,\lambda_2\,\Delta_1$	$l_{2-3}\,\lambda_1\,\Delta_1$	$-\,l_{2-4}\,\Delta_1$
ω_3	$l_{1-2}\,\lambda_2$	$-\,l_2\,\lambda_2\,\Delta_1$	$\lambda_2\,\Delta_2$	$-\,l_3\,\lambda_1\,\Delta_2$	$l_{3-4}\,\Delta_2$
ω_4	$-\,l_{1-3}\,\lambda_1$	$l_{2-3}\,\lambda_1\,\Delta_1$	$-\,l_3\,\lambda_1\,\Delta_2$	$\lambda_1\,\Delta_3$	$-\,l_4\,\Delta_3$
ω_5	l_{1-4}	$-\,l_{2-4}\,\Delta_1$	$l_{3-4}\,\Delta_2$	$-\,l_4\,\Delta_3$	Δ_4

Os coeficientes deste quadro têm, como é fácil de ver a significação seguinte: o correspondente à coluna m_1 e à linha ω_k representa o número por que é preciso multiplicar m_i na expressão de $\omega_k\,\Delta_5$.

Assim, por exemplo:

$$
\omega_1 = \frac{1}{\Delta_5}\,(\lambda_4\,m_1 - l_1\,\lambda_3\,m_2 + l_{1-2}\,\lambda_2\,m_2 - l_{1-3}\,\lambda_1\,m_4 + l_{1-4}\,m_5)
$$

O índice duplo dos l tem a seguinte significação:

$$
l_{2-4} = l_2\,l_3\,l_4
$$

A vantagem deste método está em que não será necessário escrever as equações do sistema.

Uma vez apreendido o sentido físico dos coeficientes que entram nas equações (e isso obtém-se logo após uma primeira aplicação do método), basta dispor o cálculo sempre desta maneira.

BIBLIOTECA
FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

Adelino Felgueiras Barreto, António Alves dos Santos, Fernando Tiago Sanches, João Manuel Martins Pereira, Joaquim Cordeiro e José da Silva Pinharanda

---

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por CDU (Classificação Decimal Universal).

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina de 75 × 125 mm.

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita*, independentemente do número de algarismos que o índice contiver, e respeitando a seguinte regra de arrumação dos sinais auxiliares:

+ / n.os simples : [ ] = (01/09) (1/9) (=) " "A/Z — .0 .00

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T.

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro classificado segundo a CDU.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

LIVROS

C. D. U. 025.45 (469 + 469 — 5)

Números auxiliares de lugar, da edição preliminar abreviada de C. D. U.

Instituto de Alta Cultura, Março, 1956.

Esta publicação dos números auxiliares de lugar relativos a Portugal Continental, Insular e Ultramarino é extremamente louvável, dada a falta que eles faziam a qualquer classificador português.

Achamos bem feita a divisão, que já vai até ao concelho, e fazemos votos para que a publicação efectiva das tabelas se realize o mais depressa possível.

C. D. U. 331.87

Mesure de la Productivité — Mesure an niveau de l'entreprise (méthodes et résultats) — Vários autores.

O. E. C. E. — Paris, 1956, vol. 1, págs. 217.

C. D. U. 331.87

La Productivité — *Jean Fourastié.*

Presses Universitaires de France 17-3-956, vol. 1, págs. 118.

C. D. U. 341.1

Les Nations Unies et le Civisme International.

Unesco, 1949, vol. 1, págs. 40.

C. D. U. 351.712 (469) «1954»

Obras Públicas concluídas em 1954.

M. O. P. Lisboa, 1955, vol. 1, págs. 90.

C. D. U. 541.1

Trattato di Chimica Fisica ed Elettrochimica — *Eggert, Jonh.*

Hoepli, Milão, 1949, vol. 1, págs. 915.

C. D. U. 543.3 : 576.8

Estudo comparativo de alguns métodos de análises bacteriológicas das águas de abastecimento — *Coutinho, Carlos C. + Rodrigues, Judite.*

Revista Portuguesa de Farmácia, 1955, volume 1, Págs. 24.

C. D. U. 553.31 (469) : 622] (091)

Catálogo das minas de ferro do Continente — *Moura, J. Eduardo + Carvalho, J. L. S.*

Serviço de Fomento Mineiro, 1955, vol. 1, págs. 463

Há 2 exemplares.

C. D. U. 614.7 : 725.74

A Água das Piscinas — *Coutinho, C. Cândido.*

Revista P. Medicina Militar, 1953, vol. 1.

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

C. D. U. 620.92

Zur Frage der Erzeugung von Heizkraftenergie in Industriellen Bietrieben — *Oehler, Rudolf Joachim.*
Juris Verlag, Zürich, 1951, vol. 1, págs. 240.

C. D. U. 621·004.1

The Allocation of Machines to Operators — *T. F. O'Connor.*
The Institution of Mechanical Engineers, vol. 1, págs. 8.

C. D. U. 621.004.2

How american industry is attacking the problem of materials handling — *James R. Bright.*
The Institution of Mechanical Engineers, págs. 30.

C. D. U. 621.2 (45)

L'Impianto di Balsorano.
Società Idráelettrica Alto Liri, Roma, 1950, vol. 1.

C. D. U. 621.313.362

Le moteur triphasé à collecteur à caractéristique shunt. Systéme Schrage — *Descans, F.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 6.

C. D. U. 621.314.2.045 : 621.317.333.82

Transformateurs de puisssance à trés haute tension. Réalisation et essais d'un type cuirassé-intriqué normalle à 220.000 volts — *Chevalier, H.; Grandry, E.*
ACEC, Charleroi, vol. 1. págs. 39.

C. D. U. 621.314.212.017.71

Calcul et mesure des caractéristiques thermiques d'un transformateur de puissance du type «Cuirassé-imbriqué» — *Libert, L.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 7.

C. D. U. 621.314.212.017.71.001.2

Rappel des equations générales régissant les phénoménes thermiques du transformateur — *Demoulin, H.; Marique, L.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 12.

C. D. U. 621.314.212.045 : 621.317.333.8

Essais de choc sur un transformateur de puissance du type cuirassé imbriqué — *Abeele, R. Van Den.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 12.

C. D. U. 621.316.13.014.3.001.2

Le calcul du courant de court-circuit dans les réseaux electriques.
ACEC, 9-12-938.

C. D. U. 621.316.9

Le problème de la protection des moteurs — *Sinave, R.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 31.

C. D. U. 621.316.933

La protection par parafoudres et la coordination des isolements — *Lamarche; Saint Paul; Demoulin.*
ACEC, Charleroi, vol. 1, págs. 28.

C. D. U. 621.742.479.1

Der Einfluss verschiedner Sandverdichtungsmethoden auf die Qualität von Graugussformem — *Victor Frey.*
1950.

C. D. U. 621.785

Fontes blanches spécials et cupro-nickels a l'étain pour rechargement au chalumeau — *M. M. Ballay e M. R. Chavy.*
Centre d'Information du Nickel, 1937.

C. D. U. 622 (469) : 061.1.055.5

Relatório 1944/1946 dos Serviços de Fomento Mineiro.
Serviço de Fomento Mineiro, 1951, vol. 1, págs. 102.

C. D. U. 625.7.003.1

La Economia de una buena red de Carreteras — *Escario, José Luis.*
Revista de Obras Públicas, Madrid, 1952, vol. 1, págs. 7.

C. D. U. 656.7

Algunas facetas interessantes del transporte aéreo — *Montes, José Pazó.*
Madrid, 1951, vol. 1, págs. 16.

C. D. U. 658.386 : 658.312.42

La formation des Dirigeants d'Entreprises — Le rôle des Universités et des Grandes Écoles Techniques Allemandes — *Hartman, Heinz.*
OECE, Paris, 1955, vol. 1, págs. 128.

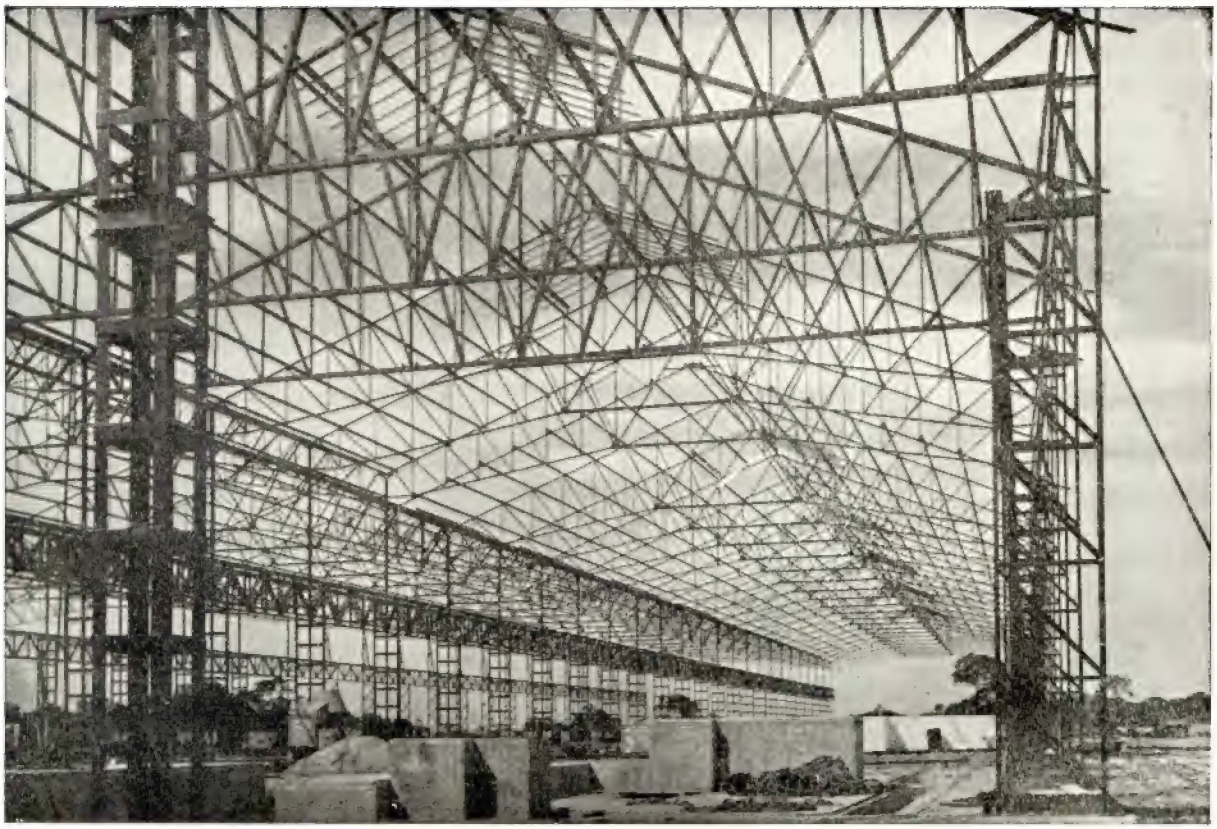
C. D. U. 66/69 (469)] : 31 «1953»

Estatística Industrial 1953.
Instituto Nacional de Estatística, Lisboa, vol. 1, págs. 530.

C. D. U. 66/69 (469)] : 31 «1954»

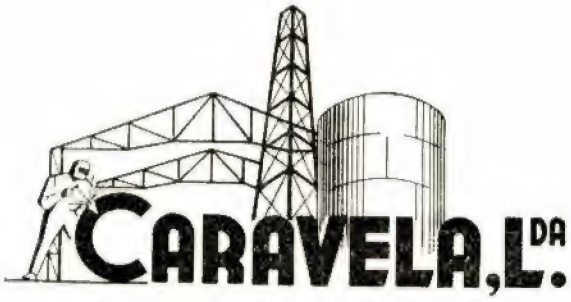
Estatística Industrial 1954.
Instituto Nacional de Estatística, Lisboa, vol. 1, págs. 530.

O volume da Estatística Industrial referente ao ano de 1954 constitui, pela maneira cuidadosa como foi elaborado e pela grande quantidade de indicações que dá, um valioso auxiliar de quantos se quiserem informar sobre qualquer assunto respeitante à Indústria Portuguesa. O volume vem também escrito em francês.



Vista da nave das máquinas das instalações da Lusalite em África
Executada pela Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, LTD.ª (Antiga OMES)

FABRICA METALURGICA E CONSTRUTORA



Nesta oficina executam-se também outros trabalhos; como:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede: Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10 — LISBOA

Telef. 399008 / 399 480

C. D. U. 664.4 (469)

Inquérito à Indústria do Sal.

Comissão Reguladora dos Produtos Químicos e Farmacêuticos, 1955, vol. 1, págs: 629.

C. D. U. 669

Metallurgy for Engineers — *Rollason, E. C.*

Ed. Arnold, London, 1947, vol. 1, págs. 272.

C. D. U. 669.71 — 122.4.003

Zur Frage des Energiechedarfes und der Wirtschaftlichkeit leim Warmwalzen von Aluminium und seinen Legierungen — *Hans M. Koenig.*

Ag. Fachschriften — Verbag & Buchdruckerei, 1951

C. D. U. 675 (4)

Le' industrie des cuirs et peaux en Europe.

O. E. C. E., 1956, vol. 1, págs. 143.

C. D. U. 912 : 55 (469.4)

Carta Geológica dos arredores de Lisboa, na escala de de 1/50.000 — Folha 3 — Cascais.

Serviços Geológicos de Portugal, 1955.

C. D. U. 912 : 55 (469.4)

Carta Geológica de Portugal na escala 1/50.000 — Folha 30-C — Torres Vedras.

Serviços Geológicos de Portugal, 1955.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 33 : 669.1 (46)

Comentários al libro de Higino Paris Eguilaz «Problemas de la expansion siderúrgica en España — *Morales, Mariano Rojas.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.º 3, pág. 196-202.

C. D. U. 331.822/3 : 666.94

Seguridad e higiene en las fábricas de cemento — *Pedro Arana Aizpurna.*

9-955, vol 10, n.º 108, pág. 486-500.

C. D. U. 331.86 : 338.45.011

La Produtividade y la formacion profesional obrera — *Crespo, Federico de la Lastra.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.º 3, pág. 168-184.

C. D. U. 331.87 : 658.3

Orientaciones actualles en la formacion de personal directivo y técnico en organizacion cientifica del trabajo. Situacion en España — *Sierra Fermin.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.º 3, pág. 150-159.

C. D. U. 333.3 : 728.1

O problema das favelas do distrito federal — *Antônio Mollica.*

Revista Municipal de Engenharia, 10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 288-214.

C. D. U. 334.6 + 338.63

Corporation et. cooperation — *Lagrange, André Garrigon*

Revista do Gabinete dos Estudos Corporativos, 7-9-955, vol. 6, n.º 23, pág. 199-206.

C. D. U. 338 (673)

Angola e as realizações do Plano de Fomento.

Boletim de Portos do C. de Ferro, Transportes de Angola.

C. D. U. 338.003.1

El problema económico del transporte terrestre — *Pino, J. L. Escario y Nuñez.*

Revista de Obras Públicas, 2-956, vol. 104, n.º 2890, pág. 79-85.

C. D. U. 338.45.011.009

La generosidade como factor de la eficiência — *Boti, Alberto Coloneina.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.º 3, pág. 192-195.

C. D. U. 338.45.011.009

Transcendência de los valores espirituais — *Gil, Luis Navarro.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.º 3, pág. 185-191.

C. D. U. 338.63 : 34

Sobre a natureza jurídica da representação cooperativa — *Beira, C. M. Melo.*

Revista do Gabinete de Estudos Corporativos, 7-9-955, vol. 6, n.º 23, pág. 207-228.

C. D. U. 388.9 (673)

Algumas considerações sobre a aviação comercial de Angola.

Boletim do Serviço de Postos, C. de Ferro e Transportes de Angola, 7-9-955, n.º 8, pág. 36-47.

C. D. U. 519.2

A Normal logística — *J. C. Dias Moraes*

D. A. E., 9-955, vol. 16, n.º 26, pág. 57-74.

C. D. U. 519.48 : 512.831

The matricial rank and its application in the theory of I — rings — *J. Levitzki.*

Revista da Faculdade de Ciências, 2.ª série, A, Ciências Matemáticas, 54-55, vol. III, Fasc. 2.º, pág. 203-237.

C. D. U. 526.3/.4

La Rete Trigonométrica Italiana e la sua unificação — *Pàroli, Alfredo.*

Rivisti del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, 55, vol. 10, n.º 3, pág. 174-181.

C. D. U. 539.17 : 621.311.2

Energia Nuclear y su repercusion en los sistemas electricos — *Oms, Victoriano Muñoz.*

Revista de Obras Públicas, 2-956, vol: 104, n.º 2890, pág. 57-71.

O artigo tem continuação.

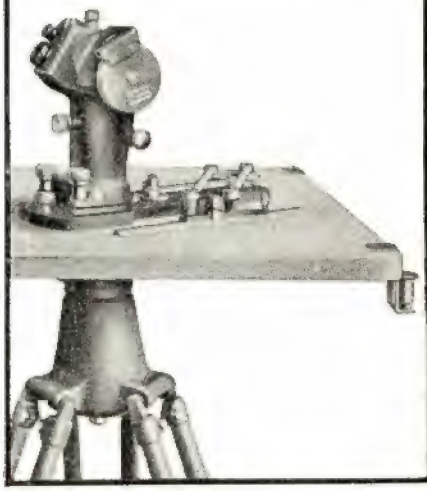
Modernos
INSTRUMENTOS GEODÉSICOS
KERN
— FABRICO SUIÇO —

Para um trabalho mais simples, mais preciso, mais rápido e menos árduo...

NÍVEIS

TEODOLITOS

ALIDADES



Kern AARAU

SEMPRE PARA ENTREGA IMEDIATA NOS REPRESENTANTES

EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.A, L.DA

PORTO CASA FUNDADA EM 1854 **LISBOA**

MANIL

EXPORTAÇÃO · IMPORTAÇÃO

Sede: **Paço d'Arcos** – Av. Voluntários da República – Tel. 262 P. A.

CONSTRUÇÃO CIVIL

SERRAÇÃO E CARPINTARIAS MECÂNICAS
MADEIRAS E TACOS TRATADOS

Depósitos: CASCAIS — ESTORIL
PAÇO D'ARCOS — PAREDE

As oficinas estão apetrechadas com os maquinismos mais modernos e com estufa para secagem e tratamento de madeiras

C. D. U. 539.17.004

La Energia Nuclear. Su porvenir en la industria — *Mariano Claver Salas.*
Revista Industrial y Fabril, 9-955, vol. 10, n.º 108, pág. 481-485.

C. D. U. 539.574 : 621.77

Estudio del trefilado (según mi nueva teoria de la Plasticidad) — *Manuel Velasco Pando.*
Dyna, 8-955, vol. 30, n.º 8, pág. 497-501.

C. D. U. 541.144.7 : 581.132

La Photosynthèse — *Whittingham, C. P.*
Endeavour, 10-955, vol. 14, n.º 56, pág. 173-180.

C. D. U. 546.289 : 669.783

Proprietés et utilizations du germanium — *Aldington, J. N. + Cumming, H. W.*
Endeavour, 10-955, vol. 14, n.º 56, pág. 200-204.

C. D. U. 547.979.733 : 577.1

Les Porphyrines — *Rimington, C.*
Endeavour, 7-955, vol. 14, n.º 55, pág. 126-135.

C. D. U. 550.35 (469.331.13)

Observações de campo sobre radioactividade na Serra da Estrela—*Morais, Marilia X. de+Neves, J. M. Correia.*
Memórias e Notícias, 955, n.º 39, pág. 60-63.

C. D. U. 550.361

Temperatura do terreno — *Morais, J. Custódio de*
Memórias e Notícias, 955, n.º 38, pág. 1-7.

C. D. U. 550.8.005

Metodi e strumenti delle moderne ricerche geofisiche — *Boaga, Giovanni.*
Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, 955, vol. 10, n.º 3, pág. 161-173.

C. D. U. 550.834 : 622.192].005

Uma alteração na aparelhagem de prospecção do Serviço de Fomento Mineiro — *Paradela, Pedro Lopes.*
Estudos, Notas e Trabalhos do Serviço de Fomento Mineiro, vol. 10, n.º 1-2, pág. 27-36.

C. D. U. 550.93 (469.322)

Sur l'âge de quelques remplissages sableux des fentes de dissolution des calcaires du Portugal — *Carvalho, G. Soares de.*
Memórias e Notícias, 955, n.º 38, pág. 9-15.

C. D. U. 551.3.051

Recherches sur le tassement libre des sédiments et ses conséquences en géologie — *Berthois, L.*
Revista da Faculdade de Ciências, 2.ª série C, 954-955, vol. 4, n.º 2, pág. 371-385.

C. D. U. 551.3.051 : 551.762.3 (469.322.15)

Primeiros elementos sobre a sedimentologia do Lusitaniano superior da Serra da Boa Viagem (Portugal) — *Carvalho, G. Soares de + Pureza, F. Gonçalves.*
Memórias e Notícias, 955, n.º 39, pág. 26-35.

C. D. U. 551.3.051 : 551.763 (469.3)

Sur la sédimentologie des depôts cretacés de la région entre Vouga et Mondego et le grès du Buçaco (Portugal) — *Carvalho, G. Soares de*
Memórias e Notícias, 955, n.º 38, pág. 16-45.

C. D. U. 551.3.051 : 551.791 (469.322.15)

Nouvelles observations sur la sedimentologie des dépôts plio-quaternaires de l'embouchure du Mondego (Portugal) — *Carvalho, G. Soares de*
Memórias e Notícias, 955, n.º 39, pág. 13-25.

C. D. U. 551.577.3 : 52 : 551.5

As precipitações atmosféricas à luz da astronomia meteórica — *Eng. Hugo Melzer.*
Revista do Clube de Engenharia, 10-955, n.º 230, pág. 41-46.

C. D. U. 552.46 (923.53)

Alguns mármores do Timor português — *Neiva, J. M. Cotelo.*
Memórias e Notícias, 955, n.º 38, pág. 53-58.

C. D. U. 575.1

VIII Congresso Internacional de Genética realizado em Stockholmo — *Câmara, António.*
Revista Agronómica, 949, vol. 37, n.º 1 a 4, pág. 1-6.

C. D. U. 577.1 : 547.979.733

Les Porphyrines — *Rimington, C.*
Endeavour, 7-955, vol. 14, n.º 55, pág. 126-135.

C. D. U. 582.632.2 (469)

Carvalhos de Portugal — *Vasconcelos, J. C. + Franco, J. A.*
Anais do ISA, 954, vol. 21.

C. D. U. 621.311.21

Central snbterránea de Kemano.
Informes de la Construccion, 1-956, vol. 8, n.º 77.

C. D. U. 621.311.21 [621.292.2]

Grupos imersos da central de Castet e a extensão do seu principio ás centrais de grande potência.
Análise, 11-955, n.º 43, pág. 16-18.

C. D. U. 621.315.054.42 : 621.319.4

The 380 kv Series Capacitor at Djurmo — *P. Hyertberg.*
Asea Journal, 8-955, vol. 28, n.º 8-9, pág. 119.

C. D. U. 621.316.53.001.4

Testing the Durability of Contactors
Asea Journal, 8-955, vol. 28, n.º 8-9, pág. 138.

Standard Electrica

ASSOCIADA

DA

"INTERNATIONAL TELEPHONE & TELEGRAPH CORPORATION"

PROJECTOS — FORNECIMENTOS — INSTALAÇÕES

— Material de radiocomunicações para todas as aplicações em média, alta, muito alta e ultra-alta frequência;

— Equipamentos de radiodifusão e televisão e respectivo material de estúdio e acessórios;

— Sistemas de antenas para aplicações gerais e especiais para radiocomunicações, radiodifusão e televisão;

— Instalações de comutação telefónica, manuais e automáticas, de todos os sistemas e capacidades. Sistemas de comunicações por fios em altas frequências;

— Materiais de transmissão telegráfica automática, por fios e por rádio;

— Sistemas de sinalização e de comando, automáticos e manuais, intercomunicadores, amplificadores e aparelhagem acessória;

— Cabos e acessórios de todos os tipos, para energia, comunicações e altas frequências;

— Rectificadores de selénio de tipos especiais e gerais para todas as aplicações.

●

Serviços Técnicos, Comerciais e Fábrica

NA AVENIDA DA INDIA — **LISBOA**

TEL. 63 81 71/6

telefones · radio · cabos

C. D. U. 621.316.57.064.24

Air-type Circuit-breakers for 500 V — *B. Kiessling.*
Asea Journal, 8-955, vol. 28, n.º 8-9, pág. 128.

C. D. U. 621.316.722

Voltage Regulators for Italy.
Asea Journal, 8-955, vol. 28, n.º 8-9, pág. 140.

C. D. U. 621.327.43 : 628.93

Más detalles sobre instalaciones de alumbrado con lámparas fluorescentes — *Leopoldo Perez y Castiella.*
Revista Industrial y Fabril, 9-955, vol. 10, n.º 108, pág. 468-480.

C. D. U. 621.38

Sección electrónica — VIII (aplicaciones del calentamiento de alta frequência — *Ramón de Lucas Ortueta.*
Dyna, 8-955, vol. 30, n.º 8, pág. 539-545.

C. D. U. 621.396 96 : 627.223.2

Radar Methods in Ocean Current Detection (Parte I) — *R. Robson.*
Civil Engineering, 8-955, vol. 50, n.º 590, pág. 880-883.

C. D. U. 621.83

O Processo «Unitool» — *Eng.º Meriwether L. Baxter, Jr.*
Revista do Clube de Engenharia, 10-955, n.º 230, pág. 34-40.

C. D. U. 621.879.22

Excavadoras de gran rendimento del sistema de rodete de cangilones — *Werner Franke.*
Informes de la Construccion, 1-956, vol. 8, n.º 77.

C. D. U. 624.073.72.016

Losa colaborante sobre vigas metálicas — *Jorge Buguñá Molongo.*
Revista de Caminos, 3-955, vol. 29, pág. 142-145.

C. D. U. 624.131.001

A Note on Covard's Soil Mechanics Theories — *H. R. Reynolds.*
Civil Engineering, 8-955, vol. 50, n.º 590, pág. 883-884.

C. D. U. 624.92.012.47 (083.1)

Norme per le strutture in Cemento Armato Precompresso.
Revista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erarili, 955, vol. 10, n.º 3, pág. 191-198.

C. D. U. 625.143.4

Considerações sobre as juntas de carris.
Boletim Portos, C. de Ferro, Transportes Angola, 4-6-955, n.º 7, pág. 35-40.

C. D. U. 625.42 (81)

Metropolitano do Rio de Janeiro.
Revista Municipal de Engenharia, 10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 215-230.

C. D. U. 625.711 (81)

As rodovias da capital da República — *Antônio Arlindo Laviola.*
Revista Municipal de Engenharia, 10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 194-201.

C. D. U. 625.81

Estabilização de Revestimento — *Célio de Castilho Ribeiro.*
10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 244-246.

C. D. U. 626.8 (46) (042)

Los Riegos en España — *D. Alfonso Peña Boeuf.*
Revista de Obras Públicas, 12-955, vol. 103, n.º 2888, pág. 613-616.

C. D. U. 627.17 + 628.16

O problema do saneamento da Lagoa Rodrigo de Freitas — *Berta Chnaiderman Leitchic.*
Revista Municipal de Engenharia, 10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 202-207.

C. D. U. 627.212

Nuevas (o viejas) ideas sobre puertos — *José M. Aguirre e Hidalgo de Quintana.*
Revista de Obras Públicas, 12-955, vol. 103, n.º 2888, pág. 617-620.

C. D. U. 627.81 (81)

Aproveitamento dos recursos hidráulicos do Vale do Paraíba.
Revista do Clube de Engenharia, 11-955, n.º 231.

C. D. U. 627.824.7 + 627.828

Barragem de Ernestina — *Eng.º Jorge Ramalho Anacoreta*
Revista do Clube de Engenharia, 10-955, n.º 230, pág. 20-24.

C. D. U. 628.12

Estação Elevatória do Guarapiranga — *Eng.º Eduardo Gomes dos Reis.*
D. A. E., 9-955, vol. 16, n.º 26, pág. 77-85.

C. D. U. 628.14/5

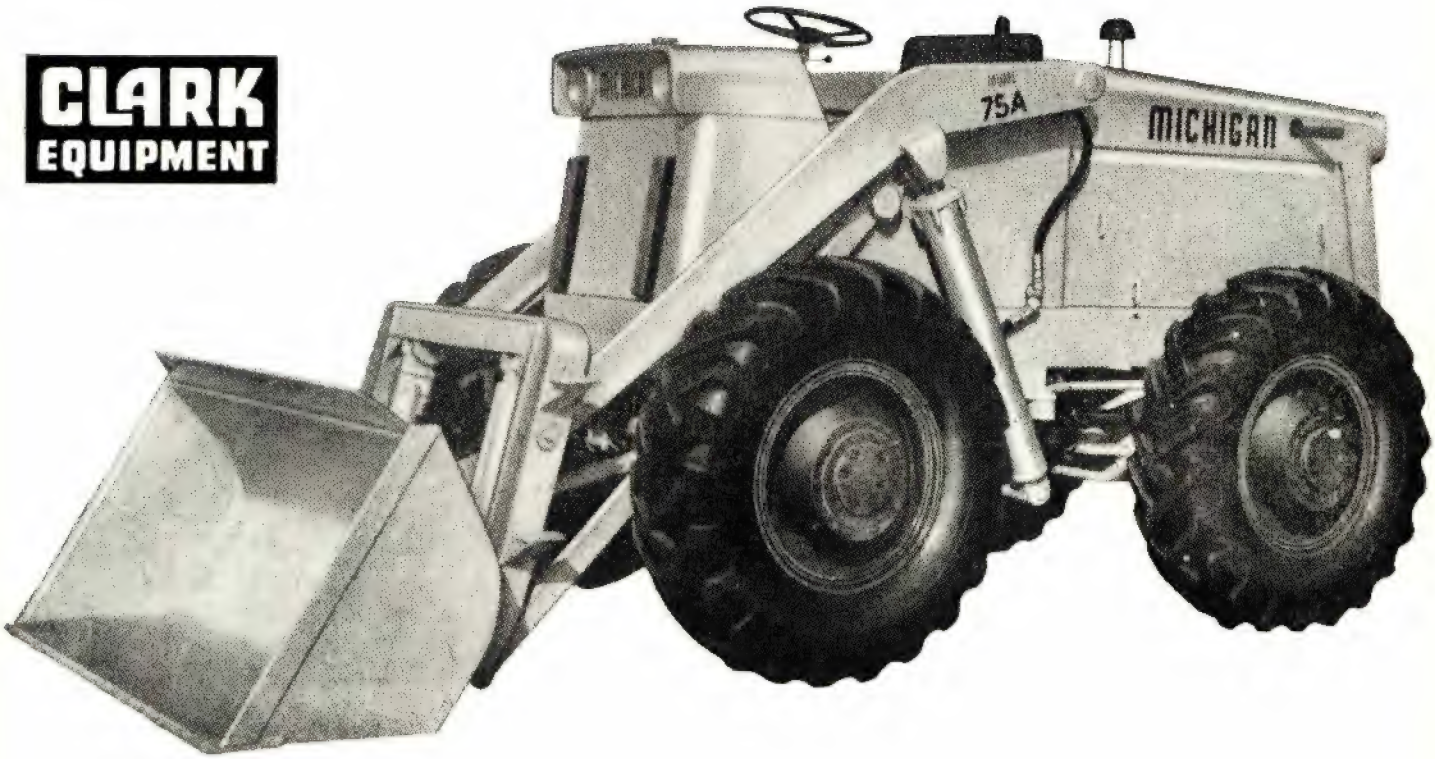
Sub-Adutora ligando dois Reservatórios e servindo em marcha diversas linhas de uma Rede de Abastecimento Público de Água — *Eng.º Marcelo Francisco de Lima.*
D. A. E., 9-955, vol. 16, n.º 26, pág. 87-90.

C. D. U. 628.16 + 627.17

O problema do saneamento da Lagoa Rodrigo de Freitas — *Berta Chnaiderman Leitchic.*
Revista Municipal de Engenharia, 10-954, vol. 21, n.º 4, pág. 202-207.

tracto-carregador

CLARK
MIGHIGAN
U. S. A.



Mais «EXTRAS» são «STANDARD» no MICHIGAN do que em qualquer outro tracto-carregador.

- DOIS FARÓIS DIANTEIROS PLENOS DE LUZ
- MUDANÇAS DE TRANSMISSÃO SEMI-AUTOMÁTICAS
- CONVERSOR DE BINÁRIO — NÃO TEM EMBRAIAGEM
- MOVIMENTO DE BALDE INDEPENDENTE DA LANÇA
- CONTA HORAS DO MOTOR
- FILTROS DE ÓLEO PARA O MOTOR E CONVERSOR
- DOIS FARÓIS TRASEIROS
- DIRECÇÃO COM AJUDA HIDRÁULICA
- DESMULTIPLICAÇÃO NOS CUBOS DAS RODAS
- INDICADOR DA POSIÇÃO DO BALDE

Motor Diesel 80 CV. — Duas velocidades de trabalho e duas de marcha, quer para a frente quer para trás — direcção às rodas traseiras — todas as rodas motoras — pneus 14 : 00 × 24 tipo terraplanagem — balde de 1 jarda cúbica, etc., etc.
Tudo isto torna o Michigan no campião de todos os tracto-carregadores de rodas ou de lagartas.

DISTRIBUIDORES EXCLUSIVOS :

BLACKWOOD HODGE

AV. ALMIRANTE REIS, 247 — LISBOA

Telef. 72 59 48 - 72 59 84

C. D. U. 628.16

Depuracion y aprovechamento de águas residuales procedentes de tenerias—*Rueda, J. Martin + Sanjuan, J. Medem.*

Revista de Obras Públicas, 2-956, vol. 104, n.° 2890, pág. 72-78.

C. D. U. 628.16

Estação de tratamento de águas do Guandú — *José M. de Azevedo Netto.*

D. A. E., 9-955, vol. 16, n.° 26, pág. 33-56.

C. D. U. 628.16

Reforma e ampliação da estação de tratamento de água de Santo Amaro (S. Paulo) — *Álvaro Cunha.*

D. A. E., 9-955, vol 16, n.° 26, pág. 15-32.

C. D. U. 628.93 : 621.327.43

Más detalles sobre instalaciones de alumbrado con lámparas fluorescentes — *Leopoldo Perez e Castiella.*

Revista Industrial y Fabril, 9-955, vol. 10, n.° 108, pág. 468-480.

C. D. U. 629.139.1

Pavimentos de Aeropuertos — *Florêncio Oyarzún Day.*

Revista de Caminos, 3-955, vol. 29, pág. 133-141.

C. D. U. 656 61

As relações entre a navegação e os portos.

Boletim de Serviços Portos, C. de Ferro, Transportes de Angola, 7-9-955, n.° 8, pág. 64-68.

C. D. U. 658.3 : 331.87

Orientaciones actuales en la formacion de personal directivo y técnico en organización científica del trabajo. Situación en España — *Sierra, Fermin de la*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.° 3, pág. 150-159.

C. D. U. 665.3

El aprovechamiento de subprodutos agrícolas como factor de Produtividad — *Alfredo Sáenz Lacalle.*

Dyna, 8-655, vol. 30, n.° 8, pág. 502-519.

C. D. U. 669.14.018

Aceros indeformables — *José Apraiz.*

Dyna, 8-955, vol. 30, n.° 8, pág. 520-531.

C. D. U. 669.783 : 546.289

Propriétés et utilizations du germanium — *Aldington, J. N. + Cumming, H. W.*

Endeavour, 10-955, vol. 14, n.° 56, pág. 200-204.

C. D. U. 677.21 (46-13)

Aportación de ideias a la industrialización textil algodonera de la region sur de España — *Feliú, Francisco Torrentes.*

Dyna, 3-955, vol. 30, n.° 3, pág. 150-159.

C. D. U. 691.13 : [699.84 + 699.865/.866]

La liège commé isolant anti-vibratile, phonique et thermique — *Katel, I. E.*

Junta Nacional da Cortiça, Boletim, 11-955, n.° 205, pág. 37-40.

C. D. U. 691.3 : [620.1 : 534.321.9]

Ensaios de Betões com auxílio dos ultra-sons.

Análise, 11-955, n.° 43, pág. 11-15.

C. D. U. 693.552

Preparacion del hormigón en obra — *P. Jimenez Montoya.*

Informes de la Csnstrucción, 1-956, vol. 8, n.° 77.

C. D. U. 693.557

El curado a vapor del Hormigon — *Carlos Carril Carvajal.*

Revista de Obras Públicas, 12-955, vol. 103, n.° 2888, pág. 621-626.

C. D. U. 725.39

Dos nuevos hangares en el aeropuerto de Orly.

Informes de la Construcción, 1-956, vol. 8, n.° 77

C. D. U. 674 : 620.19

Preservación de la madera — *Adelardo Sanchis Batalla*

Ion, 1-956, vol. 16, n.° 174, pág. 11-16.

C. D. U. 679.56 [547.298.1 — 92] : 621.3

Applications du Rilsan dans l'Electrotechnique — *R. Dumon.*

Industrie des Plastiques Modernes, 1-956, vol. 8, n.° 1, pág. 1-4.

C. D. U. 679 [547.322.32 — 92] : 621.315.616.96

Canalisations éléctriques en chlorure de polyvinyle — *M. Drapier.*

Industrie des Plastiques Modernes, 1-956, vol. 8, n.° 1, pág. 11-13.

C. D. U. 679.56 [547.313.2 — 92]

Polyéthylènes hauts pression et polyéthylènes bases pression.

Industrie des Plastiques Modernes, 1-956, vol. 8, n.° 1, pág. 5-7.

C. D. U. 691.544

Extension de l'emploi en cimenterie des laitiers granulés de hauts fourneaux — *M. M. Mary.*

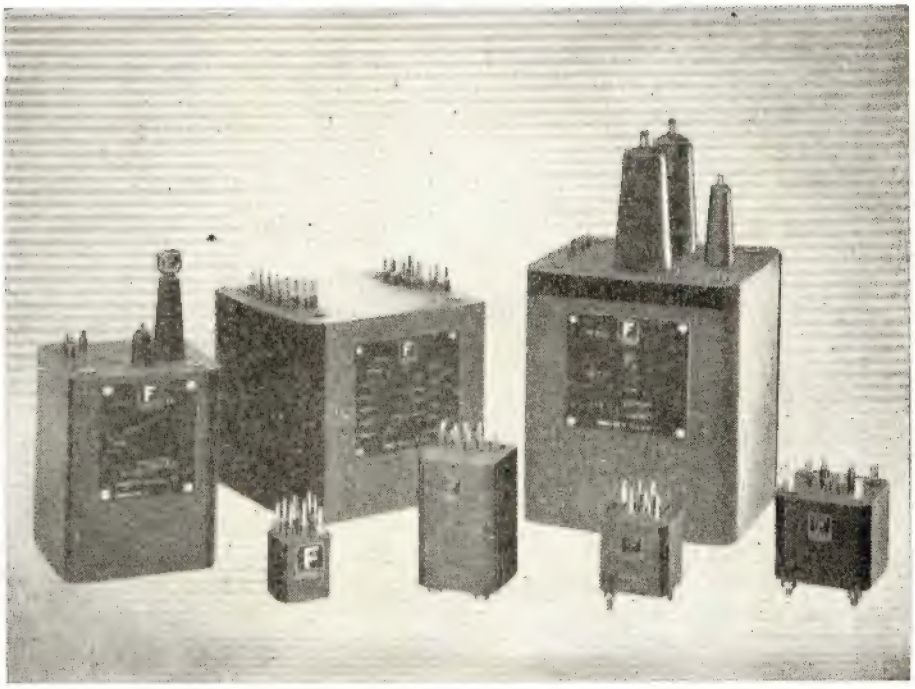
Annales de l'Institut Technique B. T. P., 1-956, ano 9, n.° 97, pág. 37-48.

C. D. U. 696.11

Essais d'usure sur les robinets et les ganitures — *M. Mauchal.*

Annales de l'Institut Technique B. T. P., 1-956, ano 9, n.° 97, pág. 78-86.

NOVOS TIPOS DE TRANSFORMADORES E CHOKES TIPO PENTLAND EMBEBIDOS EM RESINA



TENDO AS SEGUINTES VANTAGENS:

- COMO OS COMPONENTES ELÉCTRICOS ESTÃO EMBEBIDOS EM RESINA SINTÉTICA ESPECIAL, FICAM PROTEGIDOS CONTRA POEIRAS, HUMIDADES, ÁCIDOS, ETC.
- COMO A RESINA FICA A ENVOLVER AS ARMADURAS, FICA MONOBLOCO E RESISTENTE CONTRA PANCADAS.
- PODEM ESTES TRANSFORMADORES OU CHOKES SER MONTADOS EM QUALQUER POSIÇÃO.
- DIMENSÕES MAIS REDUZIDAS QUE OS TRANSFORMADORES EM BANHO DE ÓLEO.
- SÃO PRÁTICAMENTE INCOMBUSTÍVEIS.

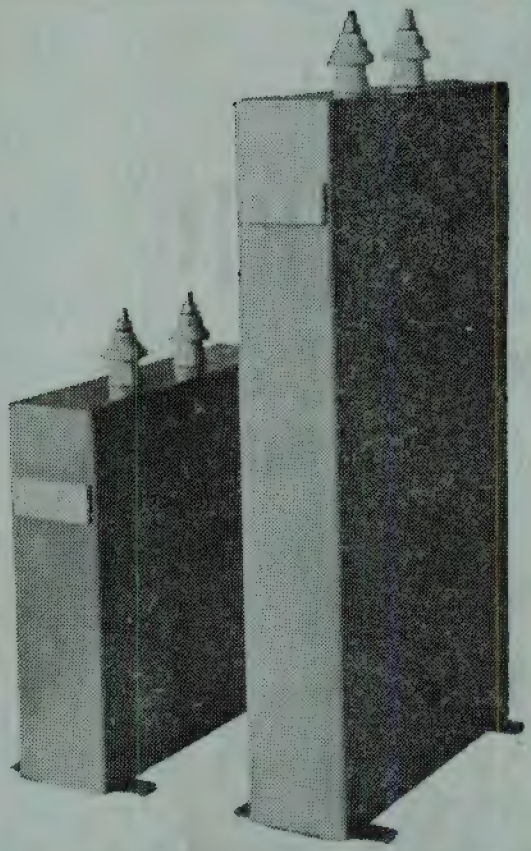
PARA MAIS INFORMAÇÕES DIRIGIR-SE A

C. SANTOS LDA.

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

Av. da Liberdade, 35, 1.º

LISBOA



CORRECÇÃO DO COS φ

COM

CONDENSADORES

HAEFELY

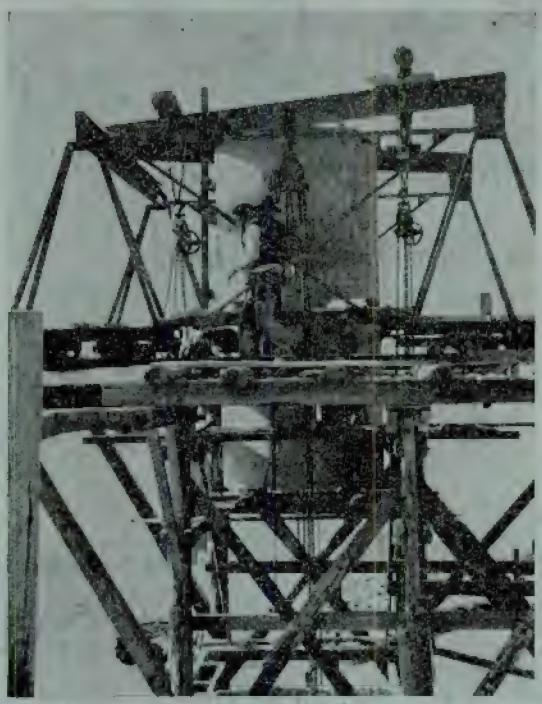
PARA ENTREGA IMEDIATA

REPRESENTANTES

AZEVEDO & PESSI, L.DA

RUA NOVA DO ALMADA, 46-1.º — LISBOA

Telef.: 2 44 95 — 2 98 79 — 2 03 54



PONTE-CAIS NA PÓVOA DE SANTA IRIA
PARA A C. INDUSTRIAL PORTUGUESA

Fase da colocação dum dos cilindros
de apoio do tabuleiro

Construções Técnicas, L.da

Praça do Município, 13, 3.º

LISBOA

Telefone 2 2344

FUNDAÇÕES

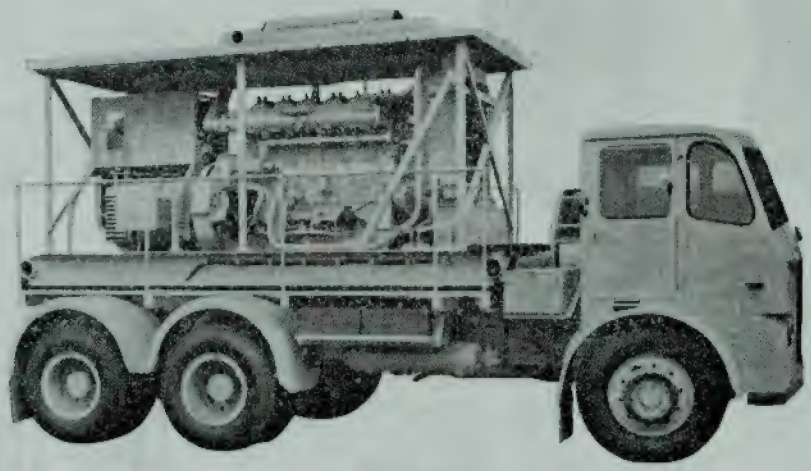
BETÃO ARMADO

OBRAS PÚBLICAS

GRUPOS DIESEL

'ENGLISH ELECTRIC'

PARA FINS INDUSTRIAIS, EM INSTALAÇÕES FIXAS E AMOVÍVEIS, PARA TRACÇÃO E MARÍTIMOS



Grupo Diesel alternador, de 195 HP, montado em camião Leyland

Representantes exclusivos para Portugal e África Ocidental Portuguesa:

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

R. CASCAIS, 47 (Alcântara) — LISBOA • P. DO MUNICÍPIO, 309, 3.º — PORTO

Telefone 63 70 83 (3 linhas) Telefone 2 50 21

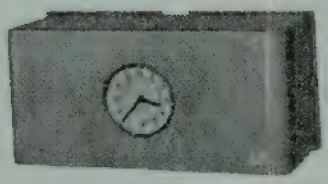
BEJA VILA FRANCA DE XIRA LUANDA

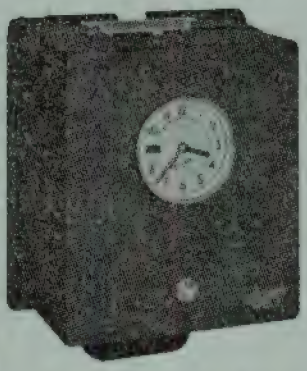
PENSE em Ericsson

quando a hora certa é um problema!

Nos Escritórios, Fábricas, Colégios, Quartéis, Estações de Embarque de Passageiros, Casas de Saúde, Repartições Públicas, o SISTEMA ERICSSON auto-regulado resolve o problema da hora certa e uniforme.

- **Relógio MESTRE Ericsson.**
- **Relógios Ericsson para contrôle de ponto.**
- **Relógios secundários Ericsson.**
- **Dispositivo para programas de sinalização.**





Outros produtos Ericsson:

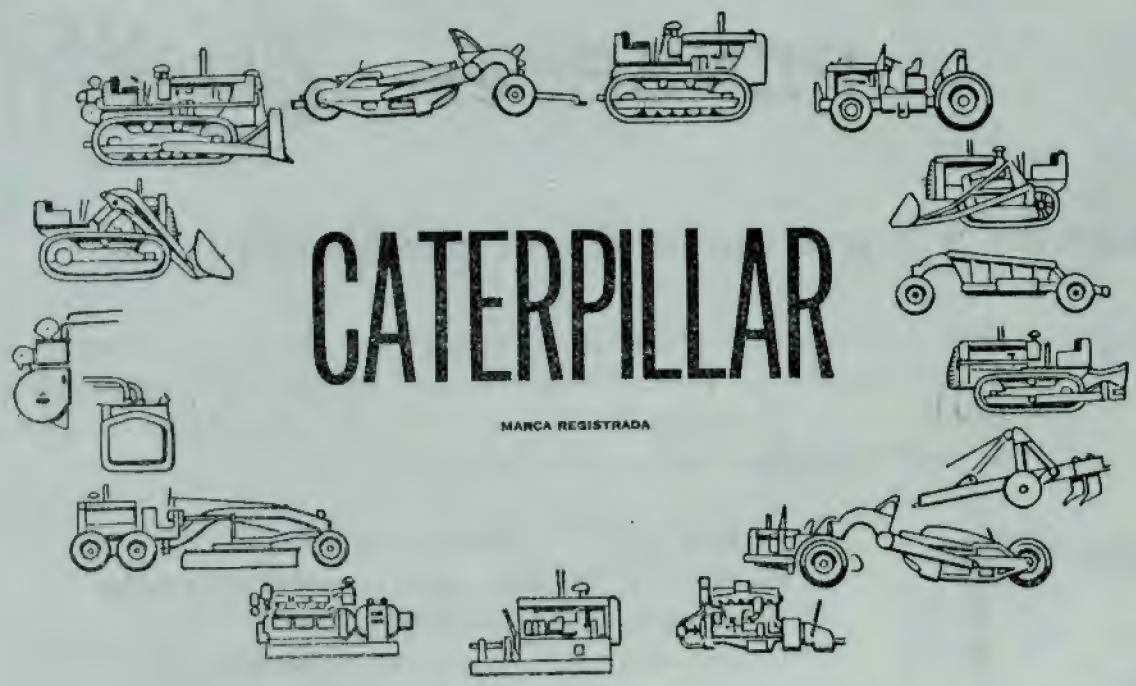
- Sistemas telefónicos de todos os tipos
- Sistemas de telesinalização
- Sistemas de radiocomunicações e sonorização
- Diversa aparelhagem telefónica e eléctrica

SOCIEDADE ERICSSON DE PORTUGAL, L.DA

RUA FILIPE FOLQUE, 7, 1.°

LISBOA

Telefone (P P C - 2 linhas) — 57193 • Telegramas: ERICSSON



A mais completa linha de equipamentos para remoção de terras:

6 modelos de tractores de rastos, de 38 a 230 H. P. à barra.
3 modelos de tractores de rodas, de 186 a 300 H. P.
10 modelos de «scrapers», com capacidades que vão de 3,6 j. c. a 27 j. c.
2 modelos de vagões com as capacidades de 10,7 m^3 a 19,1 m^3.
21 modelos de «bulldozers» comandados por cabos ou hidràulicamente.
3 modelos de pás hidráulicas «Traxcavator», com as capacidades de 1, 1 1/2 e 2 1/4 j. c.
3 modelos de motoniveladoras com as potências de 50, 75 e 115 H. P.
4 modelos de comandos por cabos, de montagem trazeira e frontal.
3 modelos de comandos hidráulicos, de montagem trazeira e frontal.
2 modelos de escarificadores.
14 modelos de motores diesel industriais, de 57 a 520 H. P.

Como complemento desta linha, constroem os fabricantes Hyster Company, Athey Corporation, C & D Manufacturing Company, Fleco Corporation e Preco Incorporated (companhias associadas da CATERPILLAR) os seguintes equipamentos: «Hystaway» (Pá mecânica, retroescavadora, dragline ou guindaste, para montar em tractor Caterpillar D6, D7 ou D8), compactadores, vagões sobre rodas ou rastos, «dumpers», lâminas especiais de bulldozer para pedras ou raízes, escarificadores para montar nas lâminas dos bulldozeres, niveladoras rebocadas, etc.

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

SMEIA

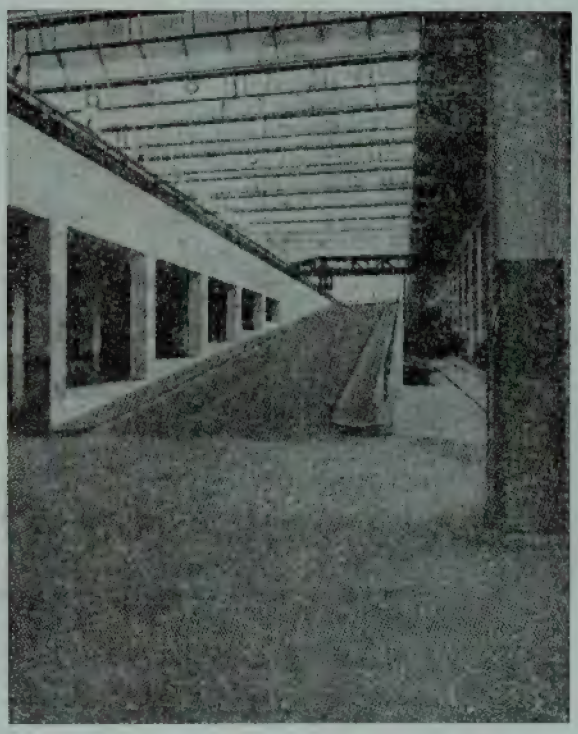
SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSTRIAL E AGRÍCOLA, S. A. R. L.
Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8-B — LISBOA
Telefones 72 40 53/4/5

KORODUR

WESTPHAL HARTBETON
GESELLSCHAFT

PLACAS KORODUR COM ACÇÃO AO CHOQUE

REVESTIMENTOS KORODUR
NA FÁBRICA HANOMAG DE TRACTORES



RAMPA KORODUR — DA FÁBRICA VOLKSWAGEN

MATERIAL KORODUR

para revestimento de pavimentos e de fabricação de placas em betão duro, resistente ao desgaste, inoxidável, refractário à formação de poeira e anti-derrapante, para a indústria, comércio, transportes e trabalhos públicos.

MATERIAL KORODUR ESPECIAL

para revestimento de paióis, construções hidráulicas, escadas com grande movimento, pavimentos para a circulação de camions e tractores de rasto contínuo, pesados.

Para todos os esclarecimentos queiram dirigir-se aos serviços técnicos do

Representante em Portugal e Ultramar

Sociedade Fornecedora de Acessórios Industriais, SOFAI, Ltd.ª

Avenida João XXI, n.º 20 C

LISBOA

Telef. 72 11 95 e 72 27 60

ESCAVADORAS

Bate estacas — Martelos Compactadores — Bulldozers — Cilindros para estradas — Compressores — Betoneiras — Transportadores — Britadeiras — Martelos Pneumáticos, etc.

ENTREGA IMEDIATA

MÁQUINAS DE PRECISÃO, L.DA

(Eng.º J. D'ARRIAGA DE TAVARES)

LISBOA
R. Boa Vista, 45-49
Telef. 66 60 86 - 7

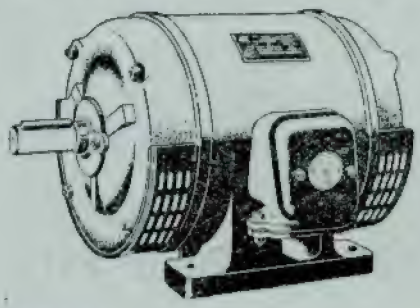
PORTO
R. Sá da Bandeira, 629
Telef. 2 8720

LUANDA
R. Pereira Forjaz, 79
Caixa Postal 304

Maior progresso industrial
Maior rendimento

COM OS MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC



CONSULTE:

BONNEVILLE OLIVEIRA

R. DE CAMÕES, 306-310

TELEFONE **20859**

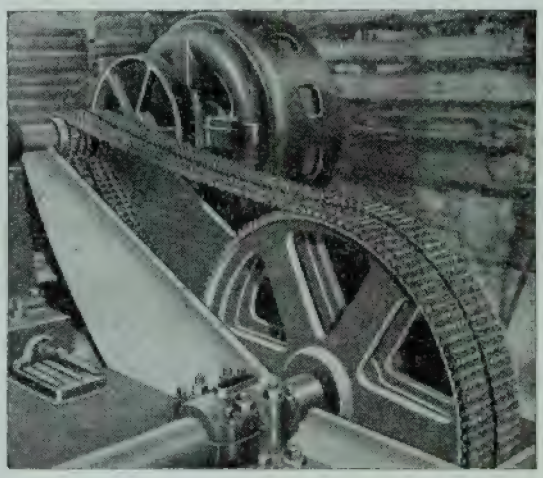
PORTO

PARA TRANSMISSÕES

SIMPLES OU DIFÍCEIS

HÁ SEMPRE UMA SOLUÇÃO IDEAL

POR CORRENTE
RENOLD



GARANTIA ABSOLUTA — ORÇAMENTOS GRÁTIS

HARKER, SUMNER & C.A, L.DA

152, Rua José Falcão, 153
PORTO

14, Largo do Corpo Santo 18
LISBOA

HORÁCIO ALVES, L.DA

43, RUA AUGUSTA, 51

Telef. 26 247 LISBOA Teleg. ALZI

*

FERRAGENS

O mais completo sortido, nacionais e estrangeiras, para a construção

FERRAMENTAS

Das melhores marcas para todas as artes

TUBOS DE FERRO PRETOS E GALVANISADOS E SEUS ACESSÓRIOS

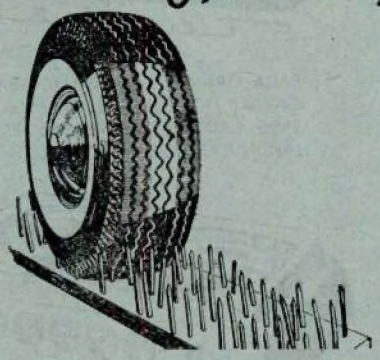
Tubo de chumbo — Válvulas — Torneiras Autoclismos, etc.

ARAMES — METAIS

AOS MELHORES PREÇOS

Pneu sem câmara

ANTI-FURO



SEMPRE NA VANGUARDA DA TÉCNICA DA PRODUÇÃO DE PNEUS, A

MABOR

LANÇA A ÚLTIMA NOVIDADE DO SEU FABRICO NO TIPO *Silent Safety*

EM 28 MEDIDAS DAS DIMENSÕES CORRENTES (JANTES 13, 14, 15, 16 E 17 POLEGADAS)

DUPLICADORES

Manuais e eléctricos

Gestetner

OS MELHORES DO MUNDO

A GESTETNER, L.DA

RUA DA CONCEIÇÃO, 125 Telefone 2 2628 - LISBOA | LARGO DO PADRÃO, 20, 1.º Telefone 2 3469 - PORTO

Impermeabilize com um produto betuminoso

MAS SÓ

com o que for apropriado ao seu caso

•

Guedes & Santos Silva, L.da

fabrica todos os produtos betuminosos

MASTIQUES

PLACAS BETUMINOSAS

FIBRO MASTIQUES

EMULSÕES BETUMINOSAS

CARTÕES ASFALTADOS, ETC.

podendo por isso indicar o melhor

•

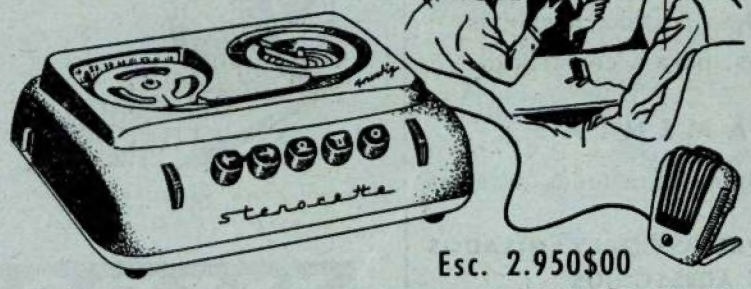
Rua de Pedrouços, 49 Tel. 611 316

355

GRUNDIG
stenorette

REINA

PARA GRAVAR CONFERÊNCIAS, CARTAS, CIRCULARES, RELATÓRIOS, ORDENS, CONVERSAS TELEFÓNICAS, REPORTAGENS, ETC.



Esc. 2.950$00

A MÁQUINA DE DITAR, COM SISTEMA DE GRAVAÇÃO EM FITA MAGNÉTICA, DE MAIS FÁCIL MANEJO E MAIS ELEVADO RENDIMENTO!

PEÇA UMA DEMONSTRAÇÃO SEM QUALQUER COMPROMISSO

IMPORTADORES E DISTRIBUIDORES

NO SUL NACIONAL RÁDIO, LIMITADA
PRAÇA DA FIGUEIRA, 18-1.º-ESQ.º / TELEF. 25251-26251 / LISBOA

NO NORTE SANTOS, GUIMARÃES & OLIVEIRA, L.DA / RUA SÁ DA BANDEIRA, 523 / PORTO

Oficina e Laboratórios

do

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDES, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO de ELECTROTECNICA, fornecem todo o género de material escolar de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA-ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público.

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA

LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 63649

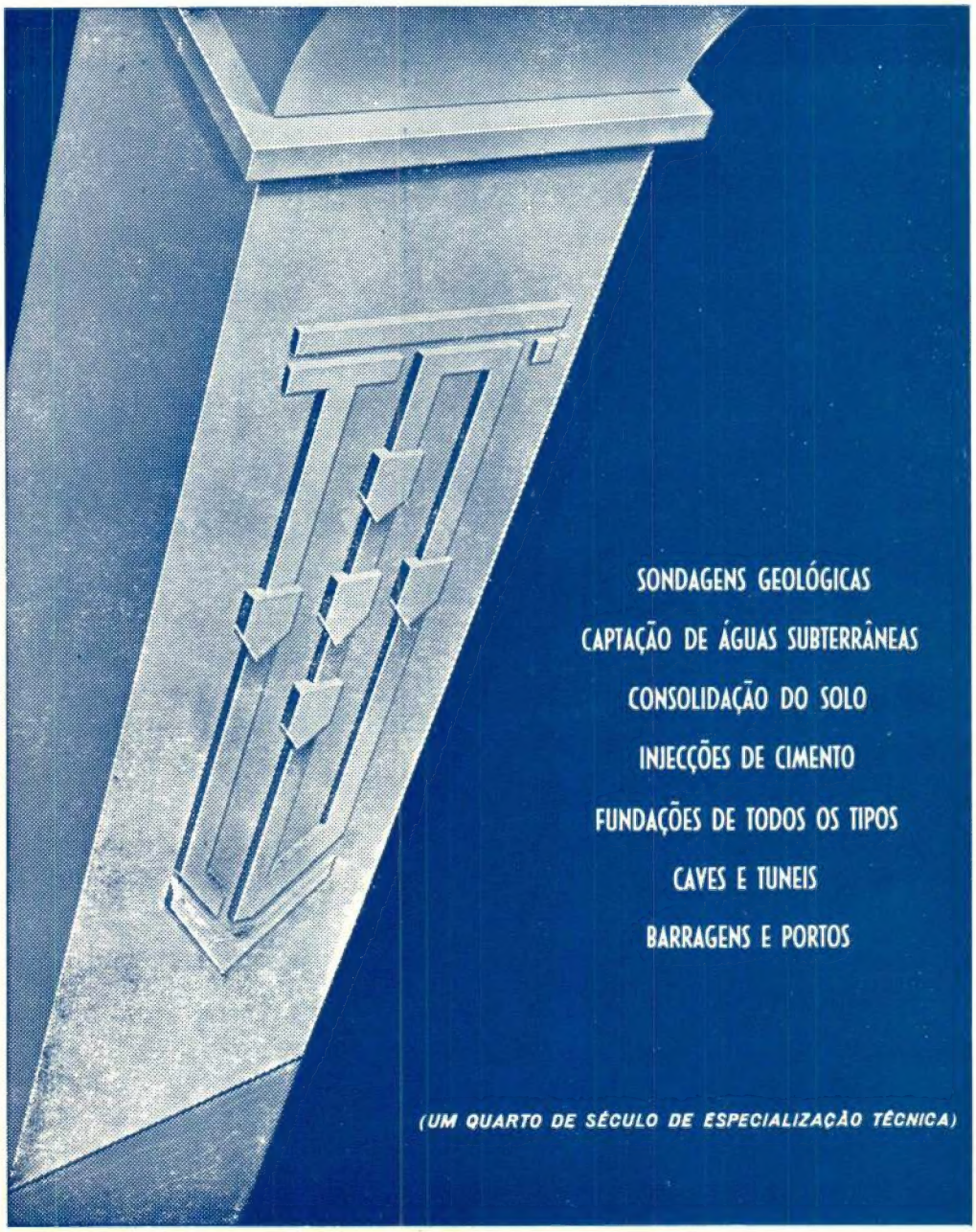
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

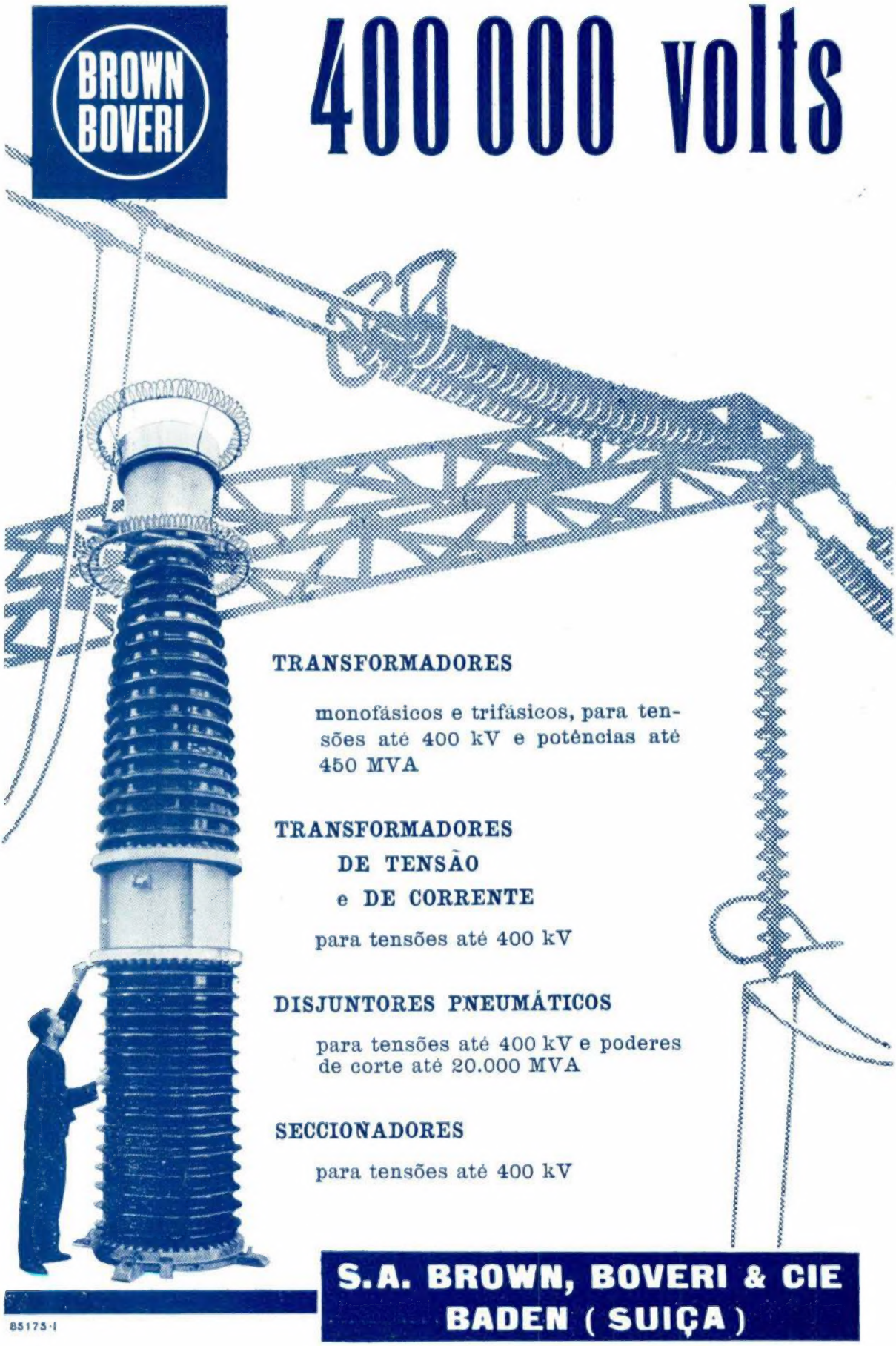
Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

PR. DA FIGUEIRA, 18. 3.º
TELEF. 3 2774

LISBOA





Representante em Portugal e Ultramar: EDOUARD DALPHIN

Escritório: Rua de Sá da Bandeira, 481, 2.º-D. — PORTO — Telef. 23411